

Данные в этот блок попадают из блока получения статистических данных. В первом и втором случае на основе отсчетов случайного процесса рисуется график процесса, определяются частоты попадания в дифференциальные коридоры, и формируется гистограмма, оцениваются числовые характеристики случайного процесса. Данные о частотах попадания в дифференциальные коридоры передаются в блоки формирования функции распределения и плотности распределения вероятности. Значения плотности распределения вероятности передаются в блок формирования фазового портрета случайного процесса.

Блок аппроксимации (уточнения параметров распределения) состоит из четырех частей: аппроксимации плотности распределения вероятностей и функций распределения по методу моментов, аппроксимации плотности распределения вероятностей и функций распределения параметрическим методом.

В блок аппроксимации передаются из блока получения статистических данных число дифференциальных коридоров и номер закона распределения, а из блока оценки статистических характеристик - значения плотности распределения вероятностей и значения функции распределения, значения математического ожидания и дисперсии. Математическое ожидание и дисперсия используется в методе моментов, значение плотности вероятности и функции распределения используется в параметрическом методе.

Используя переданные значения и выбранный для аппроксимации закон распределения в данном блоке вычисляются неизвестные параметры аппроксимирующего закона.

Блок оценки качества аппроксимации состоит из двух частей:

- оценки по критерию Пирсона;
- оценки по критерию Колмогорова.

В блок оценки качества аппроксимации передаются:

- из блока получения статистических данных - значения частот попадания в дифференциальные коридоры, число отсчетов случайного процесса, число дифференциальных коридоров;
- из блока оценки статистических характеристик - значения функции распределения;
- из блока аппроксимации - значения неизвестных параметров аппроксимирующего закона распределения.

Благодаря такому блочному построению структуры программы можно добавлять новые возможности, не видоизменяя ее принципиально. Например, можно изменить способы задания статистических данных, с которыми работает система, добавить новые законы распределения, по которым будет генерироваться случайный процесс, задать другие статистические характеристики случайного процесса, которые оцениваются в программе, изменить методы их расчетов, добавлять новые или изменять старые методы аппроксимации и т.д. Трудоемкость таких изменений будет определяться только сложностью программной реализации самих изменений, а не перестройкой структуры системы.

2.5.2. Описание интерфейса программ

Основу интерфейса системы составляют две основные экранные формы, с которыми работает пользователь:

- экранная форма задания случайного процесса и оценивания его характеристик;
- экранная форма аппроксимации случайных процессов и оценки качества аппроксимации.

Первая форма, показанная на рис. 2.16, представляет из себя панель, содержащую элементы ввода и отображение информации, а также горячие клавиши, позволяющие реализовывать различные функции системы:

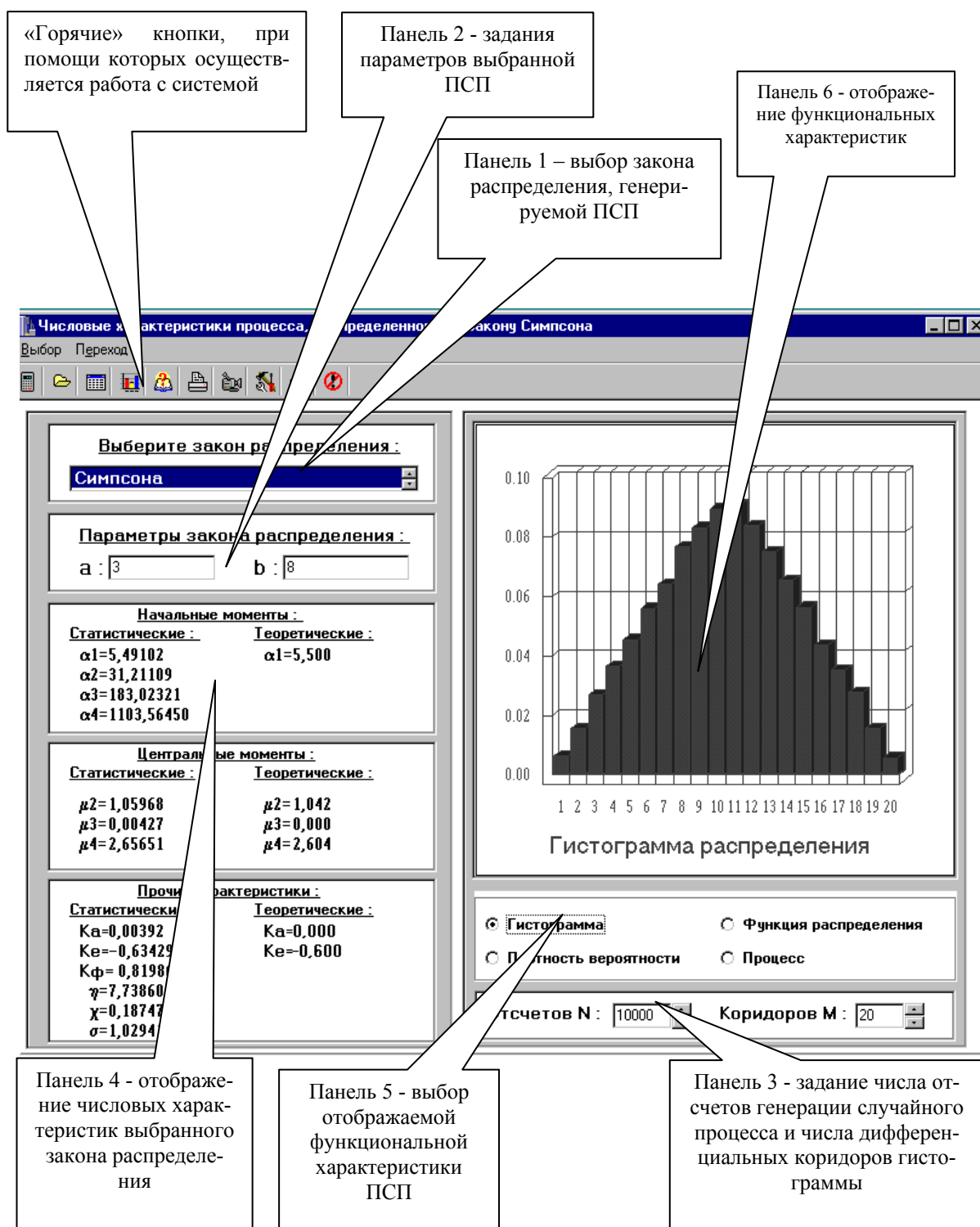


Рисунок 2.16. Интерфейс экранной формы генерирования и оценки статистических характеристик случайного процесса

- панель «горячих» клавиш, с помощью которой осуществляется управление работой системы;
- панель 1 – выбор закона распределения для генерации процесса, в случае его программного задания;
- панель 2 появляется после выбора закона распределения и позволяет задать значение одного или (в зависимости от закона) двух параметров данного закона распределения;
- панель 3 позволяет указать число отсчетов программно-генерируемого случайного процесса, а также число дифференциальных коридоров для расчета гистограммы;
- панель 4 служит для отображения вычисленных числовых характеристик сгенерированного с заданным видом закона распределения случайного процесса;
- панель 5 позволяет выбрать вид отображаемой функциональной характеристики случайного процесса или сам график процесса;
- панель 6 отображает одну из трех функциональных характеристик случайного процесса: гистограмму, плотность распределения вероятностей или функцию распределения.

На рис. 2.17 более подробно показана панель «горячих» кнопок. Она состоит из следующих кнопок:

- расчетов – генерирует случайный процесс с заданным видом закона распределения и параметром;
- загрузки из файла – требует указать файл и вызывает для работы экранную форму приема статистических данных, эта экранная форма показана на рис. 2.18;
- отображения расчетов – считает и отображает числовые характеристики случайного процесса;
- отображения функциональных характеристик – рассчитывает и показывает на панели 6 выбранную на панели 5 функциональную характеристику случайного процесса;
- справки – вызывает справочную систему, содержащую основные сведения об основных видах законов распределения;
- печати – позволяет вызвать стандартный диалог печати под Windows;
- настройки принтера – вызывается стандартное окно настройки параметров принтера;
- перехода к экранной форме структурной функции – при нажатии вызывается экранная форма, отображающая структурную функцию случайного процесса, экранная форма структурной функции показана на рис. 2.21;
- перехода к экранной форме аппроксимации случайного процесса;
- выхода из программы.

На рис. 2.18 показана экранная форма загрузки данных из файла.

На панели 1 выбирается вид данных: отсчеты случайного процесса или частоты попадания в дифференциальные коридоры. В том случае, если выбраны отсчеты на панели 2, задается их число. В случае выбора частот на панели 3 следует указать число дифференциальных коридоров, а также минимальную и максимальную границу диапазона.

После этого, по нажатию кнопки 1, происходит чтение данных из указанного перед этим файла.

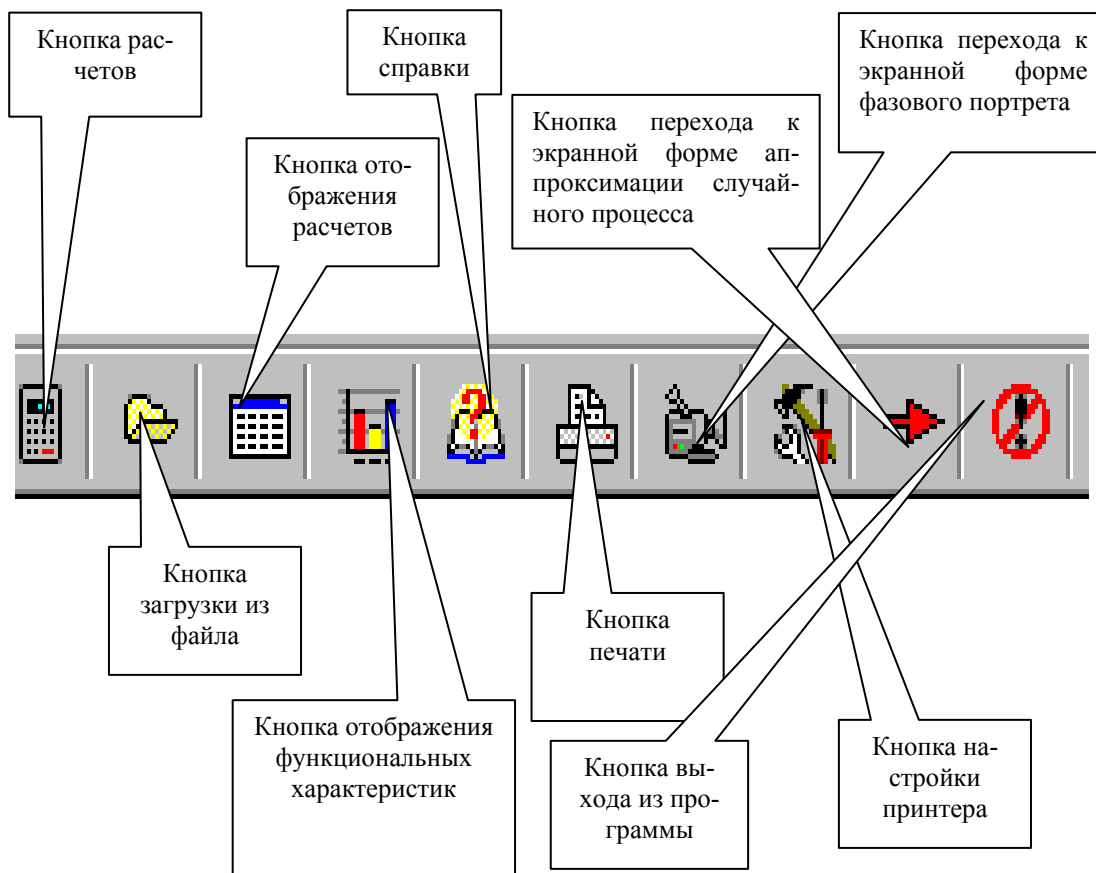


Рисунок 2.17. Панель «горячих» кнопок

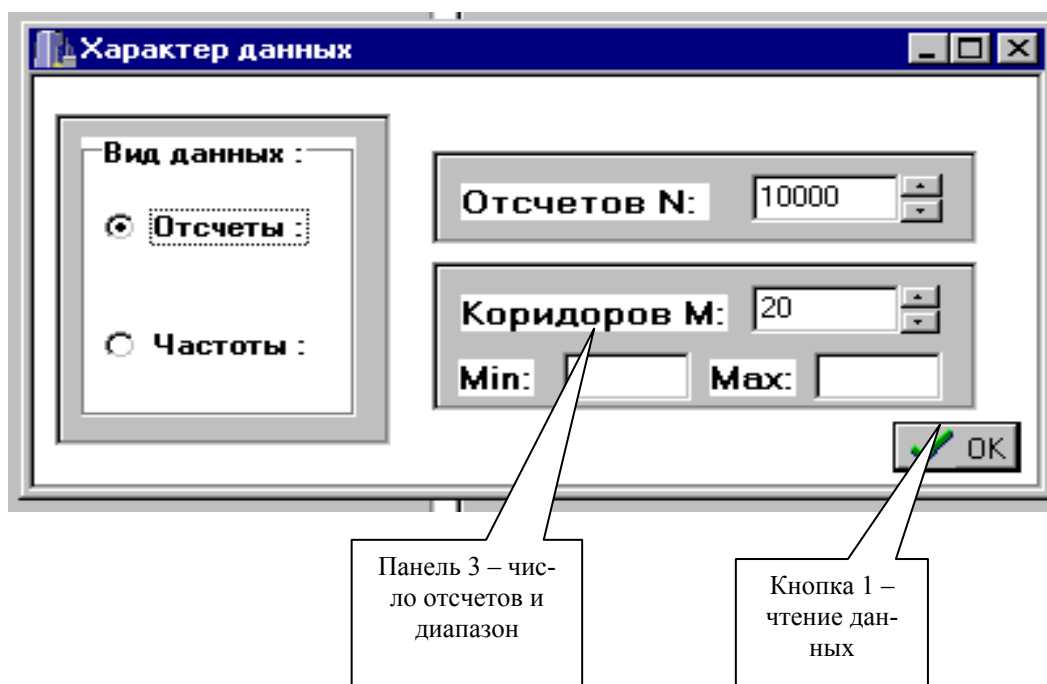


Рисунок 2.18. Экранная форма загрузки данных из файла

На рис. 2.20. показана экранная форма отображения графика случайного процесса. Она появляется на экране после выбора кнопки с названием «Процесс» на панели 5 основной экранной формы. На экранной форме отображения графика присутствуют панель «горячих» кнопок, панель отображения графика и панель задания числа отсчетов. На панели «горячих» кнопок (рис. 2.19) четыре кнопки: настройки принтера, печати формы, возвращения на основную экранную форму и отображения графика, которая перерисовывает график после изменения числа отображаемых отсчетов случайного процесса. Число отсчетов задается на панели 2. На панели 3 отображается график случайного процесса.

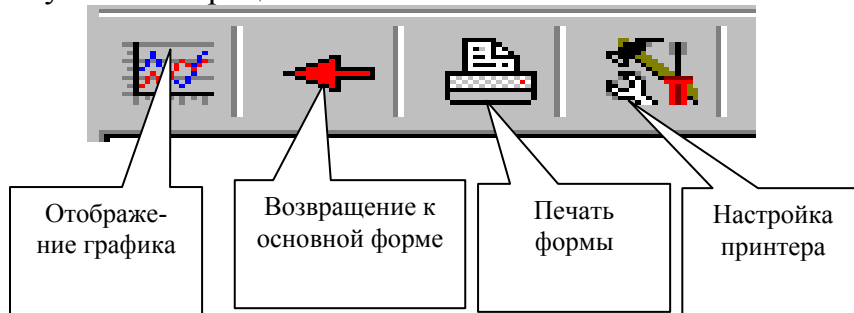


Рисунок 2.19. Панель «горячих» кнопок экранной формы отображения случайного процесса

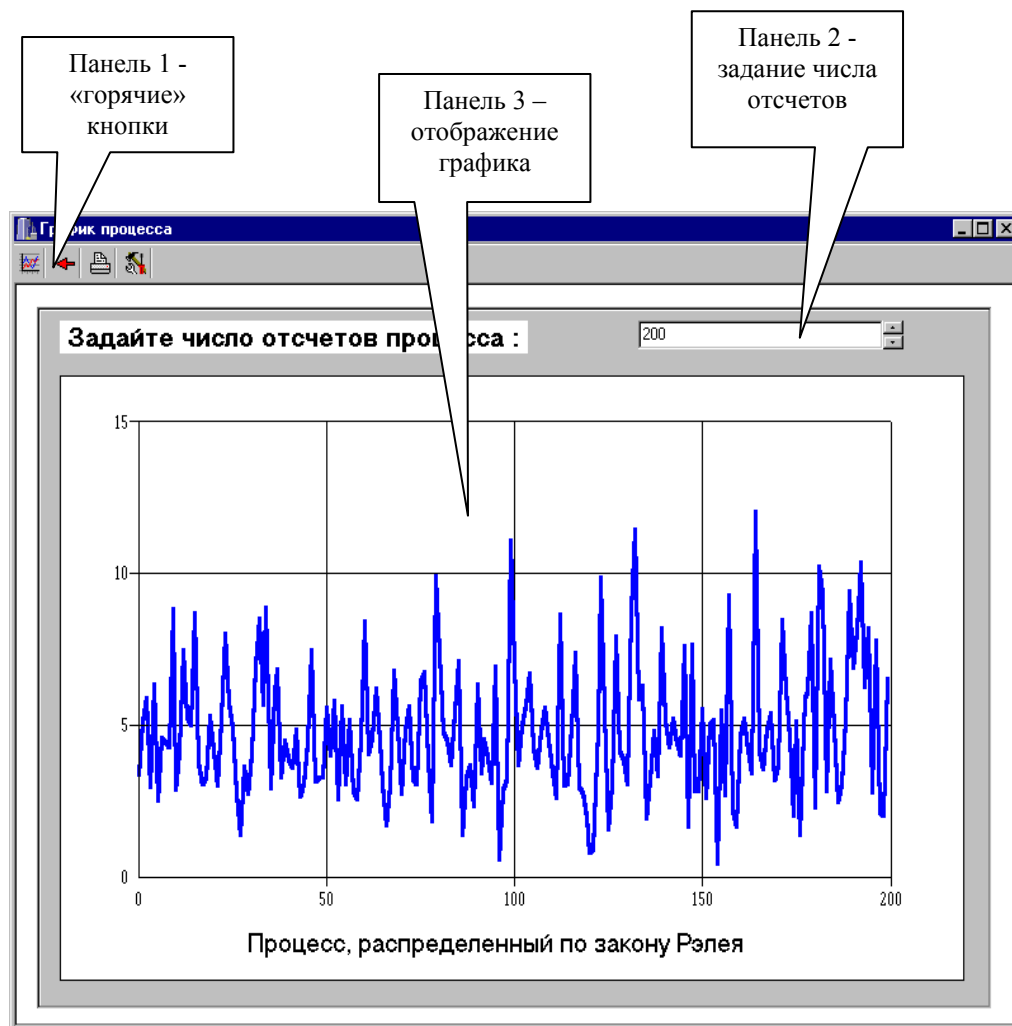


Рисунок 2.20. Экранная форма отображения графика случайного процесса

На рис. 2.21 показана экранная форма расчета и отображения структурной функции. На этой форме присутствуют панель «горячих» кнопок и панель отображения графика структурной функции. На панели «горячих» кнопок есть три кнопки: построения структурной функции, возвращения на основную экранную форму и вызова справки.

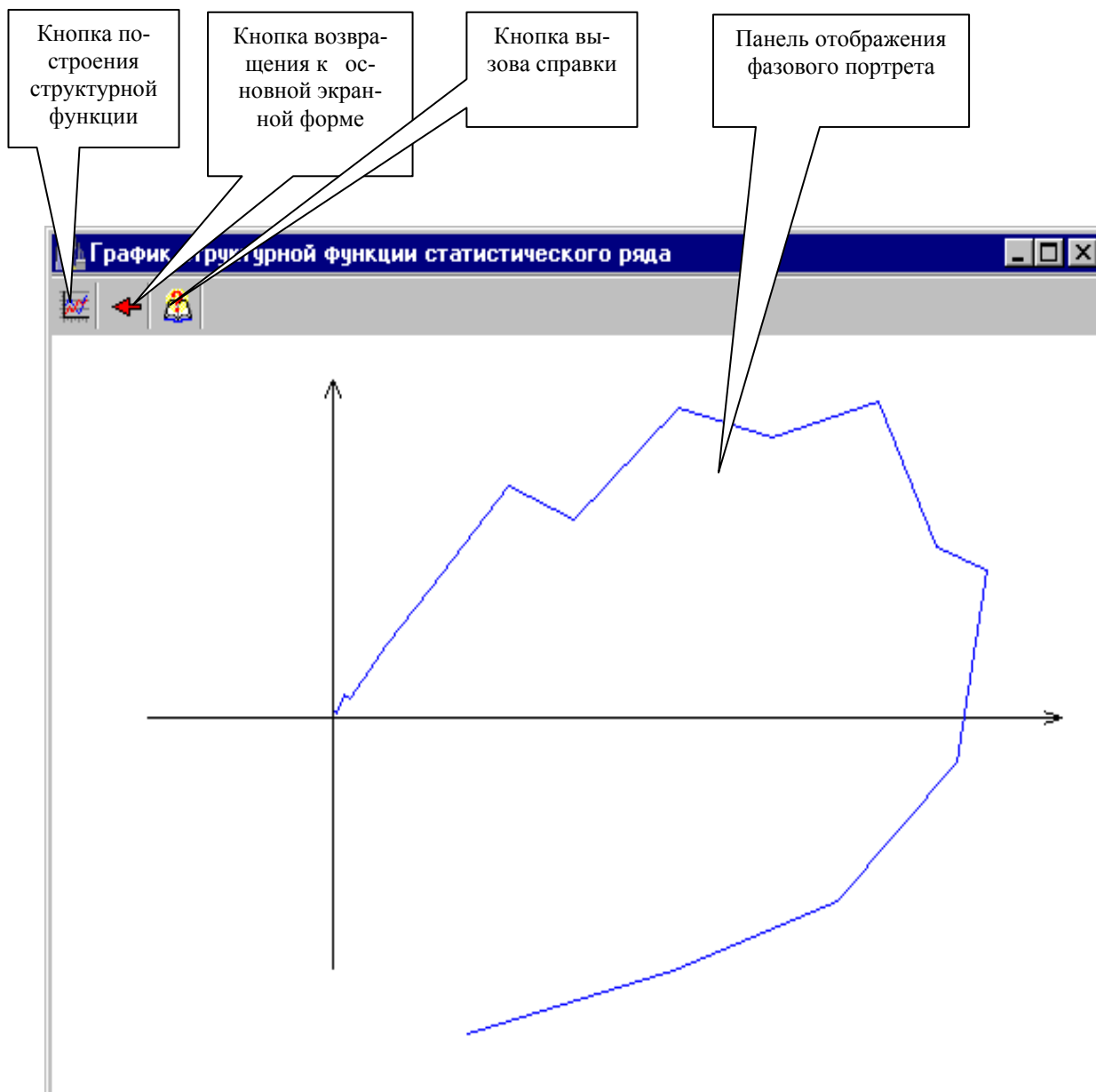


Рисунок 2.21. Экранная форма расчета и отображения структурной функции случайного процесса

Вторая экранная форма предназначена для реализации блока аппроксимации. Сама форма, показанная на рис. 2.22, представляет собой панель, содержащую элементы ввода и отображение информации, а также «горячие» клавиши, позволяющие реализовывать различные функции системы. На рис. 2.23-2.25 представлены укрупненные изображения используемых инструментов.

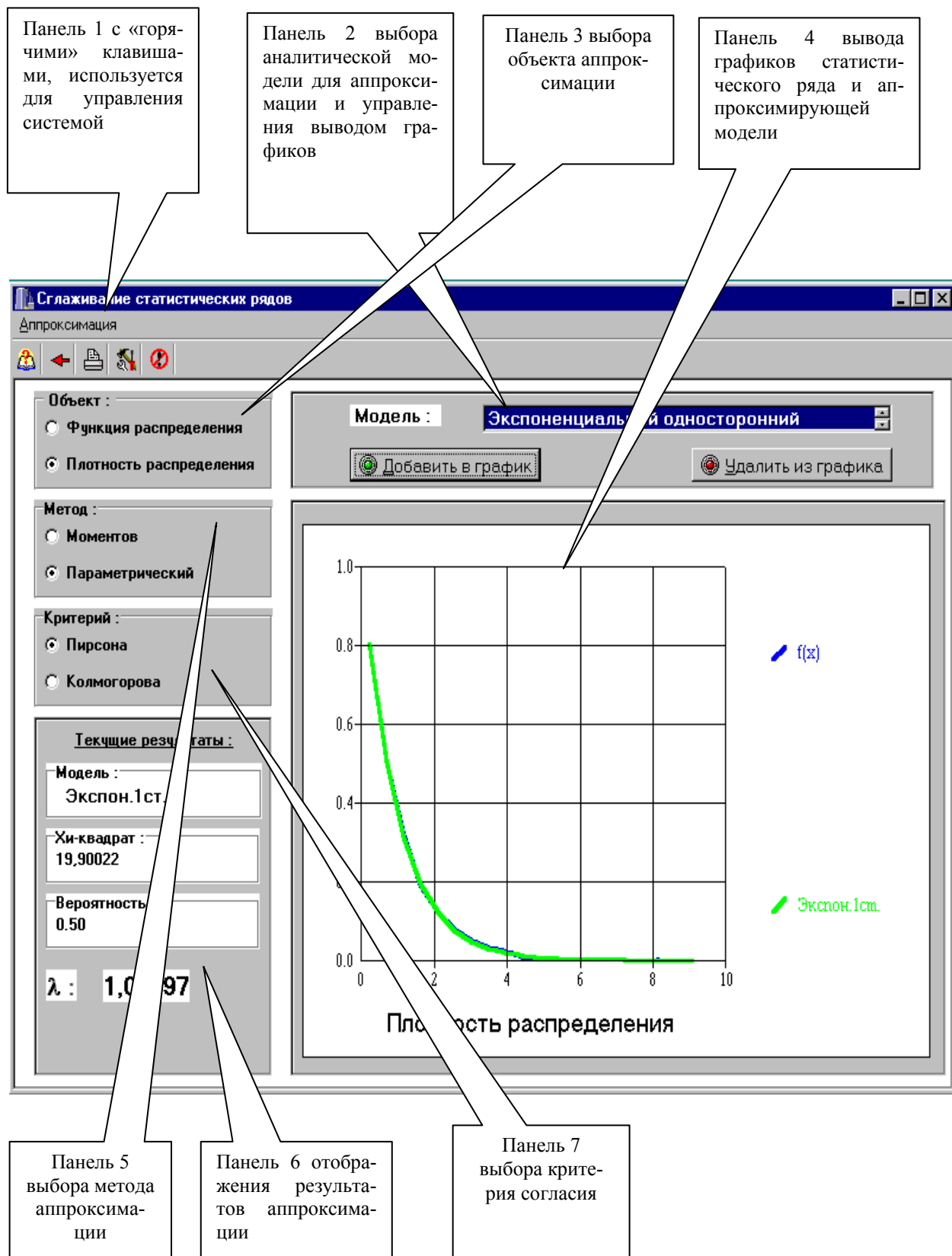


Рисунок 2.22. Общий вид формы блока аппроксимации

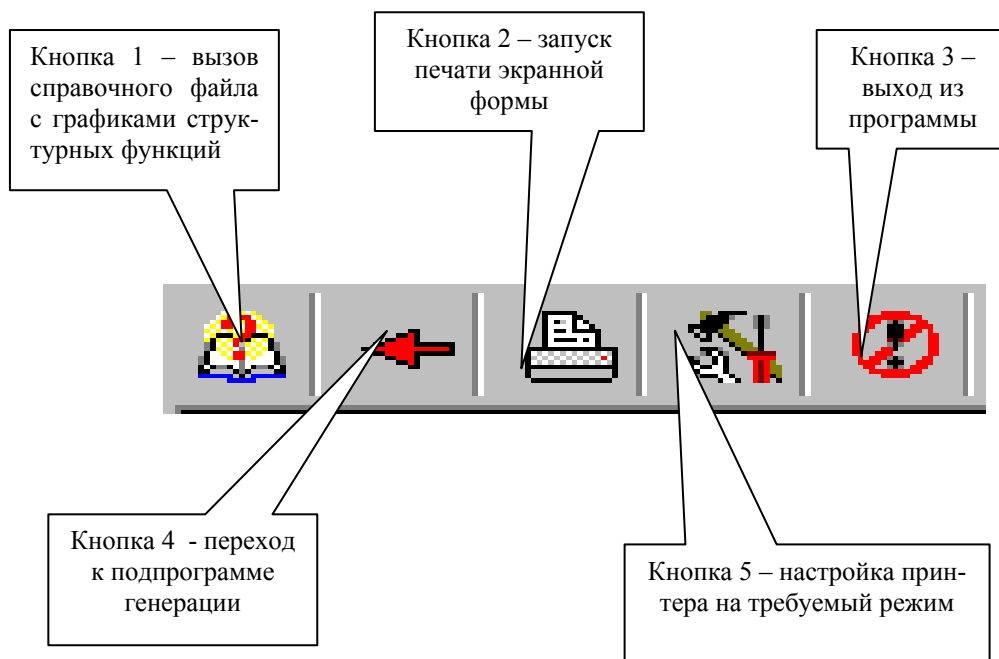


Рисунок 2.23. Панель инструментов

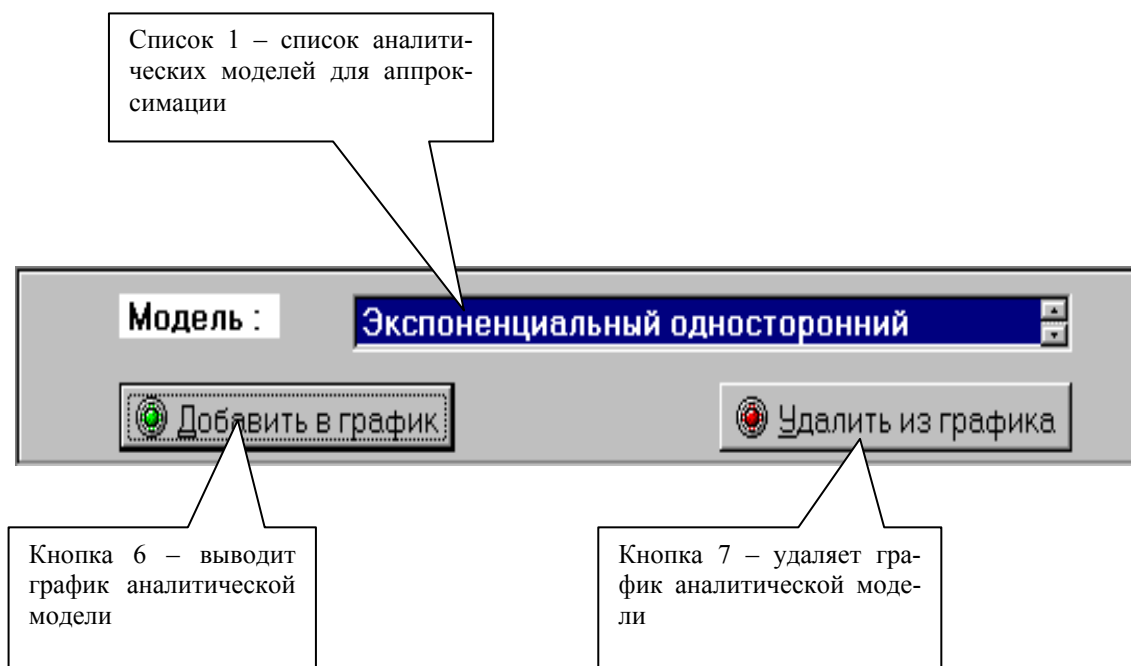


Рисунок 2.24. Панель выбора аналитической модели

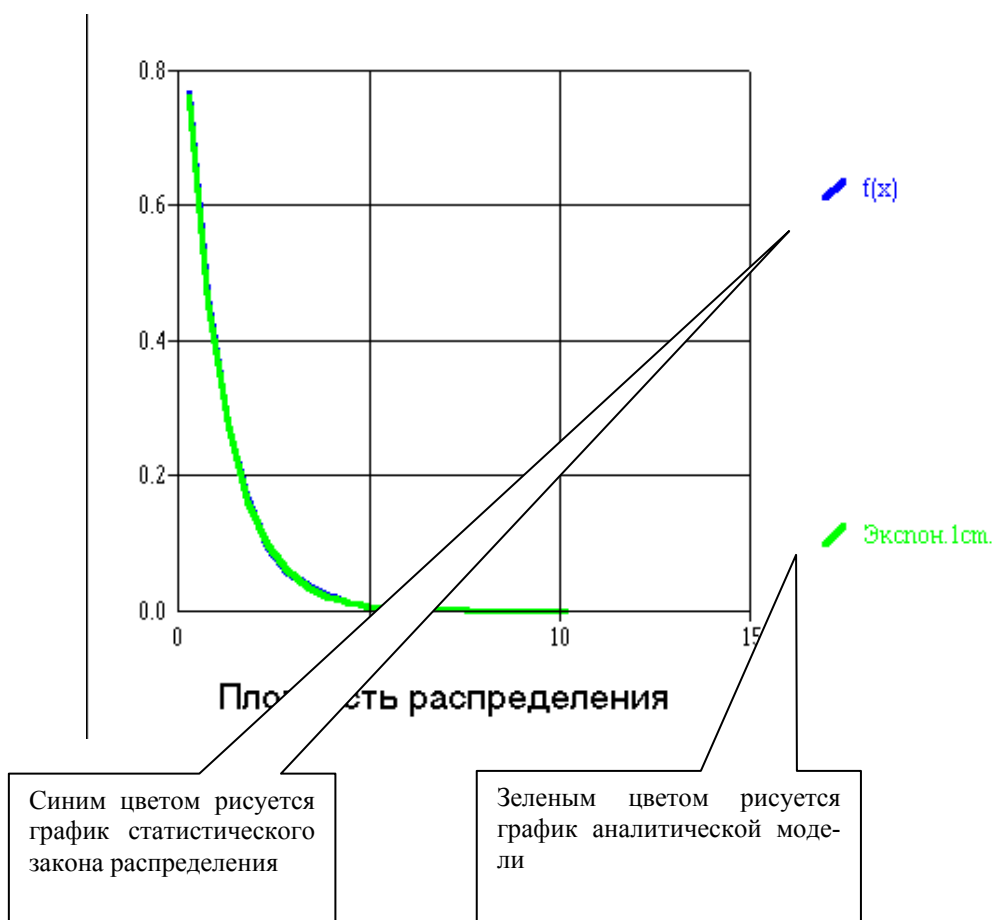
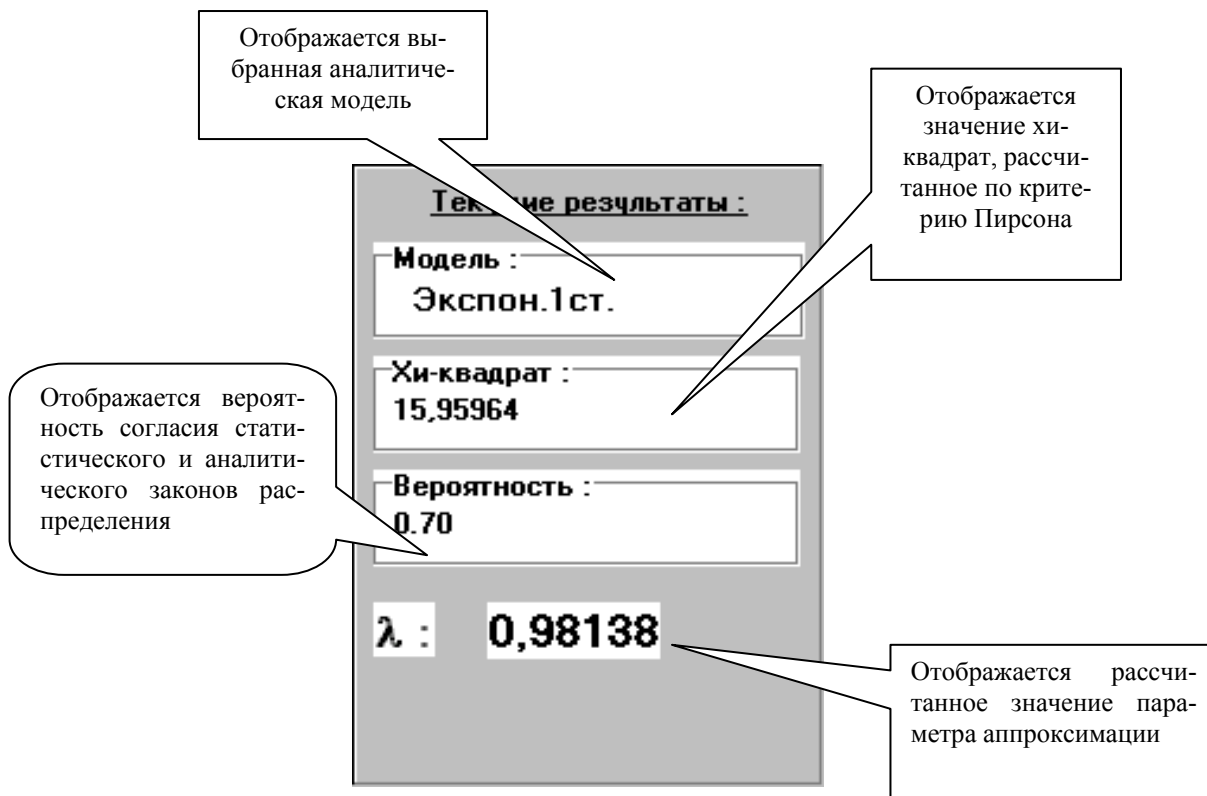


Рисунок 2.25. Панели вывода результатов

2.5.3. Порядок работы с системой

После загрузки основной экранной формы следует решить, будет ли проведена генерация процесса в самой системе, или будут загружены данные извне. В первом случае на панели 1 основной экранной формы следует выбрать закон распределения из списка законов, с которым будет сгенерирован данный процесс (см. рис.2.16). На экранной форме появится панель 2, на которой, в зависимости от закона, следует задать значения одного или двух параметров. На панели 3 нужно задать значения числа отсчетов генерируемого процесса и число дифференциальных коридоров. После нажатия на кнопку расчетов панели «горячих» кнопок основной экранной формы будет произведен расчет N отсчетов процесса.

Для экспорта данных в программу следует нажать кнопку загрузки из файла на основной экранной форме. Пользователю будет предложено указать загружаемый файл в стандартном диалоговом окне Windows. После указания файла появится экранная форма загрузки данных из файла, в которой следует указать тип передаваемых данных.

На первом этапе задаются данные процесса. На втором этапе оцениваются различные характеристики этого процесса. При нажатии на кнопку отображения расчетов на экране появляются числовые характеристики случайного процесса. На панели 5 нажатием радиокнопки можно выбрать график одной из трех функциональных характеристик или график самого процесса.

При нажатии на кнопку отображения фазового портрета, загружается экранная форма, позволяющая рассчитать и построить график (см. рис. 2.21).

В начале работы с экранной формой аппроксимации случайного процесса пользователь уже должен иметь гипотезу о виде закона распределения исследуемого процесса. Этот гипотетический закон распределения выбирается из общего списка законов распределения на панели 2 (см. рис. 2.22).

После чего, на панели 3 следует выбрать ту функциональную характеристику случайного процесса, по которой будет проводиться аппроксимация: функцию распределения или плотность распределения вероятностей. Выбранная функциональная характеристика графически отображается на панели 4.

На панели 5 выбирается метод нахождения неизвестных параметров теоретического закона распределения:

- метод моментов;
- параметрический метод.

Указав на панели 7 метод оценки качества аппроксимации, следует нажать кнопку 6 на панели 2. По нажатию этой кнопки происходит нахождение неизвестных параметров теоретического закона распределения, и результаты отображаются на панелях 4 и 6.

На панели 4 рисуется выбранная функциональная характеристика теоретического закона распределения, а на панели 6 показывается рассчитанное значение χ^2 (критерий Пирсона) или λ (критерий Колмогорова) и значение вероятности того, что расхождение между статистическим и теоретическим законами распределения можно объяснить случайными причинами.

Если вычисленное значение вероятности не удовлетворяет пользователя, то, нажав кнопку 7, он может убрать график функциональной характеристики теоретического закона распределения с панели 4 и повторить результаты расчёта.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ КОРРЕЛИРОВАННЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

3.1. Моделирование временных рядов с заданным видом корреляционной функции

Часто при решении задач имитационного моделирования средств измерений возникает необходимость в формировании процессов с заданным видом корреляционной функции. При этом не обращают внимание на закон распределения процесса. Теоретически эта задача решается методом фильтрации и сводится к определению характеристик формирующего фильтра при известных характеристиках входного и выходного сигналов [11] (см. рис. 3.1).

Известно, что спектральная плотность мощности выходного сигнала фильтра определяется в соответствии с выражением:

$$S_y(\omega) = |W(j\omega)|^2 S_x(\omega), \quad (3.1)$$

где $S_x(\omega)$ - спектральная плотность мощности входного сигнала;

нала;

$|W(j\omega)|^2$ - квадрат модуля частотной характеристики формирующего фильтра.

Учитывая, что $S_x(\omega)$, $S_y(\omega)$ и $|W(j\omega)|^2$ - чётные функции, их можно представить в виде:

$$\begin{cases} S_x(\omega) = \varphi(j\omega) \varphi(-j\omega); \\ S_y(\omega) = \psi(j\omega) \psi(-j\omega); \\ |W(j\omega)|^2 = W(j\omega) W(-j\omega). \end{cases} \quad (3.2)$$

Отсюда

$$W(j\omega) = \frac{\psi(j\omega)}{\varphi(j\omega)}. \quad (3.3)$$

Сложность частотной характеристики формирующего фильтра $W(j\omega)$ во многом будет определяться видом $S_x(\omega)$. При использовании в качестве входного сигнала «белого» шума с $S_x(\omega) = S_0$, получим:

$$W(j\omega) = \frac{\psi(j\omega)}{\sqrt{S_0}}. \quad (3.4)$$

Для моделирования случайного процесса с помощью ЭВМ необходимо найти импульсную характеристику формирующего фильтра (см. приложение П.8):

$$h(\tau) = \frac{1}{2\pi\sqrt{S_0}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(j\omega) e^{j\omega\tau} d\omega. \quad (3.5)$$

Выходной сигнал формирующего фильтра может быть определен различными способами в зависимости от принятого способа преобразования аналогового фильтра в цифровой. Один из самых простых, но не эффективных способов в смысле временных затрат заключается в следующем:

$$Y(j) = \Delta\tau \sum_{i=0}^{N1} x(j-i)h(i), \quad (3.6)$$

где N1 - число отсчётов импульсной характеристики, зависящее от вида корреляционной функции;

$\Delta\tau$ - интервал дискретизации исследуемого процесса;

$h(i)=h(i\Delta\tau)$ - значение импульсной переходной характеристики формирующего фильтра.

Значение интервала дискретизации зависит от вида корреляционной функции, значения её параметров, требуемой точности вычисления корреляционной функции δ и способа интерполяции корреляционной функции между узлами. Минимальное количество требуемых ординат импульсной переходной характеристики при линейной интерполяции и различных погрешностях восстановления корреляционной функции представлено в таблице 3.1.

Минимальное количество ординат корреляционной функции

Таблица 3.1.

$\rho_x(\tau) \setminus \delta$	0,02	0,05	0,1	0,2
$e^{-\alpha \tau }$	9	6	4	3
$e^{-\alpha \tau }(1 + \alpha \tau)$	13	9	7	5
$e^{-\alpha \tau }(1 - \alpha \tau)$	19	13	10	7
$e^{-\alpha \tau }(1 + \alpha \tau + \alpha^2\tau^2 / 3)$	10	7	5	4
$e^{-\alpha \tau } \cos \omega_0 \tau$	$47 \frac{\omega_0}{2\pi\alpha}$	$30 \frac{\omega_0}{2\pi\alpha}$	$21 \frac{\omega_0}{2\pi\alpha}$	$15 \frac{\omega_0}{2\pi\alpha}$
$e^{-\alpha \tau } \left(\cos \omega_0 \tau + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau \right)$	$47 \frac{\omega_0}{2\pi\alpha}$	$30 \frac{\omega_0}{2\pi\alpha}$	$21 \frac{\omega_0}{2\pi\alpha}$	$15 \frac{\omega_0}{2\pi\alpha}$
$e^{-\alpha \tau } \left(\cos \omega_0 \tau - \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau \right)$	$47 \frac{\omega_0}{2\pi\alpha}$	$30 \frac{\omega_0}{2\pi\alpha}$	$21 \frac{\omega_0}{2\pi\alpha}$	$15 \frac{\omega_0}{2\pi\alpha}$

Используя эту таблицу, можно определить интервал дискретизации в виде:

$$\Delta\tau = \frac{\tau_{kmax}}{N1}, \quad (3.7)$$

где τ_{kmax} - максимальный интервал корреляции (см. таблицу 1.5).

Другой подход также сводится к нерекурсивной фильтрации входного ряда [11]:

$$y_n = \sum_{k=0}^N c_k x_{n-k}, \quad (3.8)$$

причём $M[y_n] = 0$, а

$$M[y_n y_k] = \begin{cases} K_{n-k}, & |n - k| \leq N; \\ 0, & |n - k| > N, \end{cases} \quad (3.9)$$

где K_{n-k} - значение корреляционной функции в точке $(n-k)\Delta$.

Коэффициенты c_k , $k=0,1,\dots,N$ удовлетворяют следующей нелинейной системе алгебраических уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} c_0 c_0 + c_1 c_1 + c_2 c_2 + \dots + c_N c_N = K_0 \\ c_0 c_1 + c_1 c_2 + \dots + c_{N-1} c_N = K_1 \\ \dots\dots\dots \\ c_0 c_N = K_N \end{array} \right. ; \quad (3.10)$$

Решение этой системы дает искомый алгоритм моделирования выходной последовательности. Тем не менее, применение этого метода затруднено из-за трудности решения указанной системы уравнений. Рекуррентный алгоритм оценивания коэффициентов c_k заключается в следующем [48]:

$$\left\{ \begin{array}{l} c_0^{(0)} = \sqrt{K_0}; \\ c_k^{(l)} = \begin{cases} 0, & \text{если } k > l; \\ \frac{K_k - \sum_{i=1}^{m-k} c_i^{(l-k)} c_{i+k}^{(l)}}{c_0^{(l-k)}}, & \text{если } k \leq l; \end{cases} \\ c_0^{(l)} = \sqrt{K_0 - \sum_{i=1}^m (c_i^{(l)})^2}, \end{array} \right. \quad (3.11)$$

где $l=0,1,2,\dots$ -номер итерации.

Однако при оценочном характере K_k возникают дополнительные сложности в корректировке c_k , что усложняет его и ставит под сомнение его целесообразность.

В работе [48] исследована эффективность алгоритмов нерекурсивной фильтрации: прямой свертки, скользящего спектра и обратного преобразования Фурье. Показано, что частота дискретизации отсчетов на выходе фильтра в соответствии с положениями теории дискретизации непрерывных образов однозначно связывается с шириной его полосы:

$$f = mF_{\text{ВЫХ}}, \quad (3.12)$$

где m - коэффициент запаса.

Нарушение этого положения при традиционной реализации цифровой фильтрации, когда частота f принимается равной частоте дискретизации входной последовательности, приводит к информационной избыточности дискретного представления реакции фильтра и сопровождается непроизводительными вычислительными затратами, снижающими эффективность вычислительных средств.

В связи с этим в работе предложено увеличить шаг скольжения входной информации в N/Q раз, т.е.:

$$y_n = \sum_{k=0}^N h_k x_{\frac{N}{Q}n-k}, \quad (3.13)$$

где N - размер (сложность) импульсной характеристики;

Q - определяет множество учитываемых отсчетов переходной характеристики фильтра и их количество (т.е. сложность фильтра).

Поиски более быстродействующих алгоритмов моделирования ПСП с заданным видом корреляционной функции привели исследователей к использованию рекурсивной фильтрации [42]:

$$y_n = \sum_{i=0}^N a_i x_{n-i} - \sum_{i=1}^N b_i y_{n-i}. \quad (3.14)$$

Для нахождения коэффициентов a_i и b_i (т.е. параметров фильтра) применяются, в основном, три класса методов: методы преобразования аналоговых фильтров в цифровые, прямые методы расчёта цифровых фильтров в Z -плоскости и методы, использующие алгоритмы оптимизации. В общем случае невозможно отдать предпочтение какому-либо одному из них. С учётом применимости этих методов в конкретных условиях и многих других факторов, каждый из них может оказаться наиболее подходящим. Однако, большинство цифровых фильтров рассчитываются методом билинейного преобразования стандартных аналоговых фильтров. Это обстоятельство связано с тем, что в задачах статистического моделирования необходимо проектировать фильтры, для которых билинейные преобразования аналоговых фильтров уже известны.

В [45] предлагается методика расчёта рекурсивного фильтра для моделирования ПСП с заданным видом корреляционной функции в Z -плоскости. Параметры и вид цифрового рекурсивного фильтра для основных моделей корреляционных функций представлены в приложении П.9.

Актуальным и малоисследованным вопросом цифровой фильтрации является точностной анализ методов генерирования ПСП с заданным видом корреляционной функции с помощью формирующих фильтров. Среди работ в этой области следует выделить [50], где дается аналитический расчёт погрешностей цифровой фильтрации со скользящим средним (нерекурсивная фильтрация).

В работе [14] предложена методика расчёта рекурсивного фильтра с учётом заданных точностных параметров моделируемых сигналов. Этим моделям, как правило, уделяется очень большое внимание [25, 46, 59-61], так как при предварительно рассчитанных параметрах они обеспечивают большее быстродействие.

На рис. 3.2 приведены примеры реализаций ПСП с заданным видом корреляционных функций.

3.2. Анализ методических погрешностей генерирования ПСП с заданным видом корреляционных функций

Генерирование ПСП осуществляется методом фильтрации. Выходной сигнал фильтра, импульсная характеристика которого определяется требуемым видом корреляционной функцией, равен:

$$\overset{\circ}{y}(t) = \int_0^{\infty} h(\tau) \overset{\circ}{x}(t - \tau) d\tau, \quad (3.15)$$

где $h(\tau)$ - импульсная характеристика фильтра.

Корреляционная функция выходного сигнала фильтра равна:

$$K_y(\tau) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} h(\tau_1) h(\tau_2) K_x(\tau + \tau_2 - \tau_1) d\tau_1 d\tau_2. \quad (3.16)$$

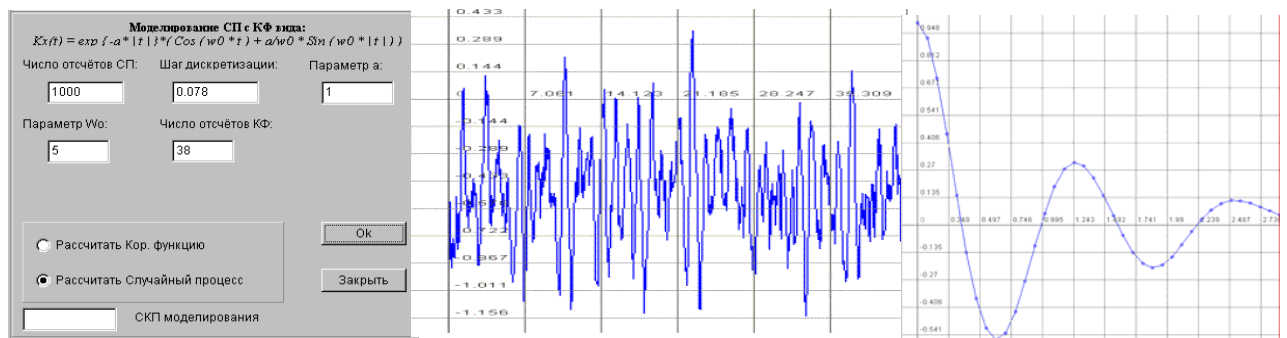
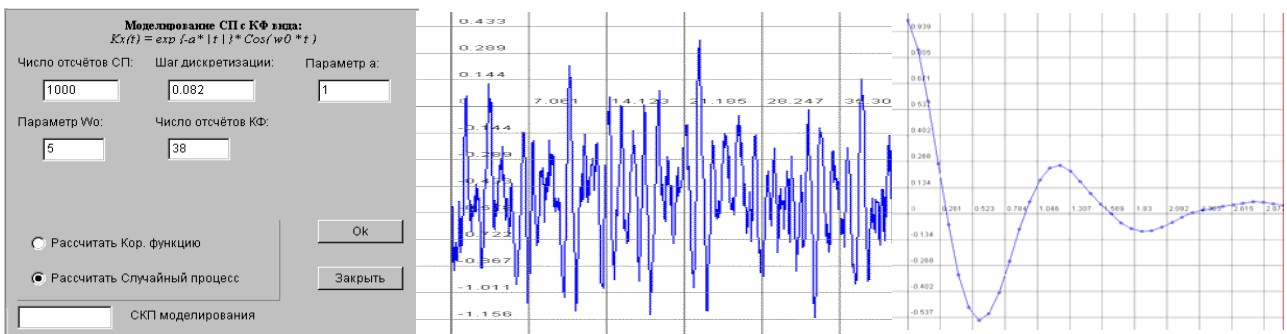
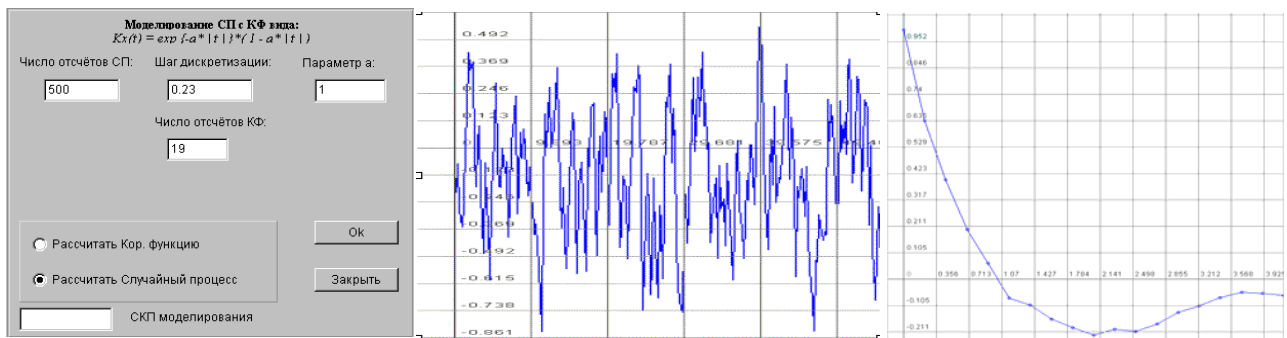
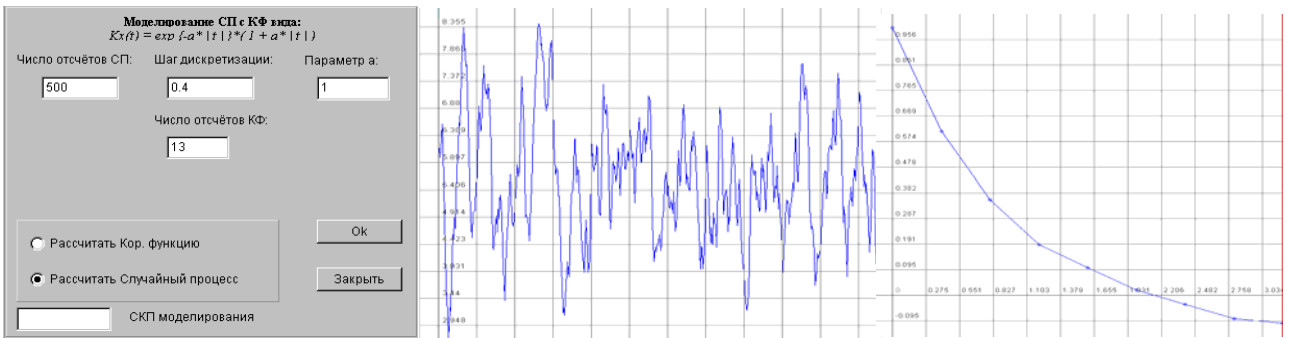
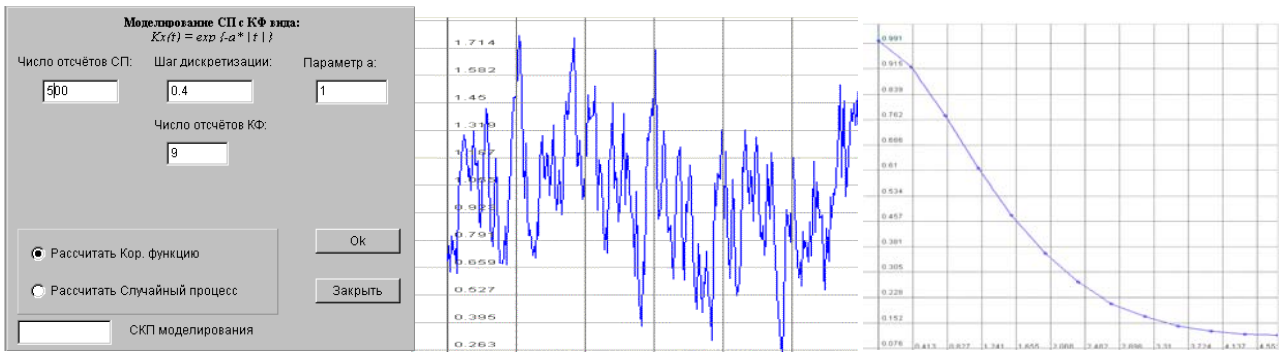


Рисунок 3.2. Случайные сигналы с заданным видом корреляционных функций

Если $\overset{\circ}{x}(t)$ - «белый» шум с корреляционной функцией $K_x(\tau) = 2\pi S_0 \delta(\tau)$,

где S_0 - интенсивность «белого» шума, то

$$K_y(\tau) = 2\pi S_0 \int_0^{\infty} h(\tau + \tau_2) h(\tau_2) d\tau_2. \quad (3.17)$$

Определим приведенную погрешность, обусловленную конечным верхним пределом интеграла в (3.17):

$$\hat{K}_y(\tau) = 2\pi S_0 \int_0^T h(\tau + \tau_2) h(\tau_2) d\tau_2 \quad (3.18)$$

в виде

$$\gamma_T(\tau) = \frac{K_y(\tau) - \hat{K}_y(\tau)}{K_y(0)} = \frac{\int_0^{\infty} h(\tau + \tau_2) h(\tau_2) d\tau_2}{\int_0^{\infty} h^2(\tau_2) d\tau_2}. \quad (3.19)$$

Выражения приведенной погрешности, обусловленной конечным верхним пределом для различных моделей корреляционных функций приведены в таблице 3.2.

Численные значения погрешности зависят от вида нормированной корреляционной функции. Для расчёта конкретных значений погрешности выберем $T = \tau_{kmax}$ (см. таблицу 3.2).

Оценим погрешность определения корреляционной функции, вызванную дискретизацией. Так как

$$y_k = \sum_{m=0}^{N1} h_m \overset{\circ}{x}_{k-m}, \quad (3.20)$$

где $h_m = h(m\Delta\tau)$ - значение импульсной переходной характеристики формирующего фильтра;

$\Delta\tau$ - интервал дискретизации;

$\overset{\circ}{x}_k = \overset{\circ}{x}(k\Delta)$ значение ПСП с $K_x(v) = 2\pi S_0 \delta_v$;

$$\delta_v = \begin{cases} 1, & \text{если } v = 0; \\ 0, & \text{если } v \neq 0; \end{cases}$$

$$N1 = \text{ent} \left[\frac{T}{\Delta} \right],$$

то

$$\hat{K}_y(v) = \sum_{n=0}^{N1-v} h_n h_{n+v}. \quad (3.21)$$

Нормированная корреляционная функция в соответствии с выражением (1.50) примет вид:

Приведенные погрешности генерирования ПСП, вызванные конечным пределом интегрирования

Таблица 3.2.

№	$\rho_y(\tau)$	$\hat{\rho}_y(\tau)$	γ_T
1	$e^{-\alpha \tau }$	$e^{-\alpha\tau}(1 - e^{-2\alpha T})$	$e^{-\alpha\tau} e^{-2\alpha T}$
2	$e^{-\alpha \tau }(1 + \alpha \tau)$	$e^{-\alpha\tau} \left\{ \alpha\tau [1 - e^{-2\alpha T}(1 + 2\alpha T)] + 1 - e^{-2\alpha T}(1 + 2\alpha T + 2\alpha^2 T^2) \right\}$	$e^{-\alpha\tau} e^{-2\alpha T} \left[\alpha\tau(1 + 2\alpha T) + (1 + 2\alpha T + 2\alpha^2 T^2) \right]$
3	$e^{-\alpha \tau }(1 - \alpha \tau)$	$e^{-\alpha\tau} \left\{ 1 - \alpha\tau - e^{-2\alpha T}(1 - 2\alpha T + 2\alpha^2 T^2) - \alpha\tau e^{-2\alpha T}(2\alpha T - 1) \right\}$	$e^{-\alpha\tau} e^{-2\alpha T} \left[1 - 2\alpha T + 2\alpha^2 T^2 + \alpha\tau(2\alpha T - 1) \right]$
4	$e^{-\alpha \tau } \left(1 + \alpha \tau + \frac{\alpha^2 \tau^2}{3} \right)$	$e^{-\alpha\tau} \left\{ 1 - e^{-2\alpha T} / 3(3 + 6\alpha T + 6\alpha^2 T^2 + 4\alpha^3 T^3 + \alpha^4 T^4) + \alpha\tau [1 - e^{-2\alpha T} / 3(3 + 6\alpha T + 6\alpha^2 T^2 + 4\alpha^3 T^3) + \alpha^2 T^2 [1 - e^{-2\alpha T}(1 + 2\alpha T + 2\alpha^2 T^2)]]^3 \right\}$	$e^{-\alpha\tau} e^{-\alpha T} \left[(1 + 2\alpha T + 2\alpha^2 T^2 + 4/3\alpha^3 T^3 + \alpha^4 T^4) + \alpha\tau(1 + 2\alpha T + 2\alpha^2 T^2 + 4/3\alpha^3 T^3) + \alpha^2 T^2 / 3(1 + 2\alpha T + 2\alpha^2 T^2) \right]$
5	$e^{-\alpha \tau } \left(\cos \omega_0 \tau + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau \right)$	$e^{-\alpha\tau} \left\{ \cos \omega_0 \tau [1 - e^{-2\alpha T}(1 + \alpha / \omega_0 \sin 2\omega_0 T + 2\alpha^2 / \omega_0^2 \sin^2 \omega_0 T)] + \alpha / \omega_0 \sin \omega_0 \tau [1 - e^{-2\alpha T}(\cos 2\omega_0 T + \alpha / \omega_0 \sin 2\omega_0 T)] \right\}$	$e^{-\alpha\tau} e^{-\alpha T} \left[\cos \omega_0 \tau (1 + \alpha / \omega_0 \sin 2\omega_0 T + 2\alpha^2 T^2 / \omega_0^2 \sin^2 \omega_0 T) + \alpha / \omega_0 \sin \omega_0 \tau (\cos 2\omega_0 T + \alpha / \omega_0 \sin 2\omega_0 T) \right]$

$$\hat{\rho}(v) = \frac{\sum_{n=0}^{N1-v} h_n h_{n+v}}{\sum_{n=0}^{N1} h_n^2}. \quad (3.22)$$

Приведенная погрешность оценки нормированной корреляционной функции, вызванная дискретизацией будет равна:

$$\gamma_{\Delta}(v) = \rho_y(v) - \frac{\sum_{n=0}^{N1-v} h_n h_{n+v}}{\sum_{n=0}^{N1} h_n^2}. \quad (3.23)$$

Выражения для оценки погрешности $\gamma_{\Delta}(v)$ для типовых моделей корреляционных функций представлены в таблице 3.3.

Из анализа этих выражений видно, что погрешность растет с увеличением величины v .

Полная погрешность, обусловленная конечным пределом интегрирования и дискретизацией, равна:

$$\gamma_{T,\Delta}(v) = \gamma_T(v) + \gamma_{\Delta}(v). \quad (3.24)$$

Для расчёта полной погрешности необходимо определить интервалы дискретизации для различных моделей нормированных корреляционных функций и число точек на интервале дискретизации $N1$. Задавшись допустимой погрешностью восстановления корреляционной функцией δ при её линейной интерполяции и результатами таблицы 3.1, определим максимальные погрешности методических погрешностей генерирования ПСП с заданным видом корреляционной функции (см. таблицу 3.4)

Анализ результатов таблицы показывает, что выбором T и Δ возможно обеспечение допустимой погрешности вычисления оценок корреляционной функции. Так, например, определив $T = \tau_{\text{кнах}}$ на уровне $0,02 \gamma_{T,\Delta} \leq 0,02$.

Следующая составляющая погрешности генерирования вызвана неидеальностью генератора «белого» шума (см. подраздел 2.1). Кроме того, при ограниченной разрядности ЭВМ необходимо учитывать погрешность округления. Однако аналитическое определение указанных составляющих погрешностей вызывает значительные трудности. В связи с этим более целесообразно для оценки погрешностей применять метод имитационного моделирования.

3.3. Экспериментальные исследования точностных характеристик программных генераторов ПСП с заданным видом корреляционных функций

Экспериментальные исследования точностных характеристик генераторов проведем в соответствии с рекомендациями РТМ [22]. При исследовании генерировались ПСП с заданным видом корреляционной функции объемом 140000 отсчётов, которые разбивались на 29 реализаций объемом 5000 отсчётов каждая. Далее оценивались максимальные погрешности равномерного приближения.

Результаты исследования алгоритмов генерирования ПСП нерекурсивной фильтрации представлены в таблице 3.5 (для моделей 5-7 $\mu=5$). Параметры алгоритма выбраны в соответствии с рекомендациями таблиц 3.1.

Приведенные погрешности генерирования ПСП, вызванные дискретизацией

Таблица 3.3

№	$\rho_y(v)$	$\gamma_\Delta(v)$
1	$e^{-\alpha\Delta v }$	$\rho_y(v) = \frac{e^{-\alpha\Delta v} \sum_{n=0}^{N1-v} e^{-2\alpha\Delta n}}{\sum_{n=0}^{N1} e^{-2\alpha\Delta n}}$
2	$e^{-\alpha\Delta v }(1 + \alpha\Delta v)$	$\rho_y(v) = \frac{e^{-\alpha\Delta v} \sum_{n=0}^{N1-v} (n+v)ne^{-2\alpha\Delta n}}{\sum_{n=0}^{N1} e^{-2\alpha\Delta n} n^2}$
3	$e^{-\alpha\Delta v }(1 - \alpha\Delta v)$	$\rho_y(v) = \frac{e^{-\alpha\Delta v} \sum_{n=0}^{N1-v} (1 - \alpha\Delta n)(1 - \alpha\Delta(n+v))e^{-2\alpha\Delta n}}{\sum_{n=0}^{N1} e^{-2\alpha\Delta n} (1 - \alpha\Delta n)^2}$
4	$e^{-\alpha\Delta v }\left(1 + \alpha\Delta v + (\alpha\Delta v)^2 / 3\right)$	$\rho_y(v) = \frac{e^{-\alpha\Delta v} \sum_{n=0}^{N1-v} (n+v)^2 n^2 e^{-2\alpha\Delta n}}{\sum_{n=0}^{N1} n^4 e^{-2\alpha\Delta n}}$
5	$e^{-\alpha\Delta v }\left(\cos \mu\alpha\Delta v + \frac{1}{\mu} \sin \mu\alpha\Delta v \right)$	$\rho_y(v) = \frac{e^{-\alpha\Delta v} \sum_{n=0}^{N1-v} e^{-2\alpha\Delta n} \sin \mu\alpha\Delta(n+v) \sin \mu\alpha\Delta n}{\sum_{n=0}^{N1} e^{-2\alpha\Delta n} \sin^2 \mu\alpha\Delta n}$

Максимальные значения методических погрешностей генерирования ПСП с заданным видом корреляционной функции

Таблица 3.4

$\rho_x(v)$	Δ	$\tau_{k 0,05}$			$\tau_{k 0,02}$			$\tau_{k 0,01}$		
		αT	v	$\gamma_{T,\Delta}$	αT	v	$\gamma_{T,\Delta}$	αT	v	$\gamma_{T,\Delta}$
$e^{-\alpha\Delta v }$	$0,4/\alpha$	3,00	8	0,0184	3,92	10	0,0082	4,61	12	0,0037
$e^{-\alpha\Delta v }(1 + \alpha\Delta v)$	$0,4/\alpha$	4,75	11	0,0494	5,84	3	0,0191	6,64	2	0,0184
$e^{-\alpha\Delta v }(1 - \alpha\Delta v)$	$0,231/\alpha$	4,14	18	0,0218	5,40	4	0,0054	6,27	4	0,0045
$e^{-\alpha\Delta v }(1 + \alpha\Delta v + (\alpha\Delta v)^2 / 3)$	$0,693/\alpha$	5,92	8	0,0489	7,14	10	0,0171	8,03	11	0,0099
$e^{-\alpha\Delta v }\left(\cos \mu\alpha\Delta v + \frac{1}{\mu} \sin \mu\alpha\Delta v \right)$	$0,0785/\alpha$	2,71	39	0,0393	3,88	49	0,0200	4,53	57	0,0090

Результаты экспериментальных исследований точностных характеристик генерирования ПСП для нерекурсивной фильтрации (N=5000)

Таблица 3.5

№	$\rho_x(\tau)$	τ_{kmax}	Δt	N1	γ
1	$e^{-\alpha \tau }$	3	0,333	9	0,0774
2	$e^{-\alpha \tau }(1 + \alpha \tau)$	4,75	0,475	10	0,1152
		5,94	0,495	12	0,0872
		6,93	0,495	14	0,0842
		7,92	0,495	16	0,0842
		5,94	0,283	21	0,0965
		7,075	0,283	25	0,0949
		7,641	0,283	27	0,0916
3	$e^{-\alpha \tau }(1 - \alpha \tau)$	4,14	0,414	10	0,0567
		4,389	0,231	19	0,0779
4	$e^{-\alpha \tau }(1 + \alpha \tau + \alpha^2\tau^2 / 3)$	5,92	0,493	12	0,1361
5	$e^{-\alpha \tau } \cos \omega_0 \tau$	3	0,075	40	0,1290
6	$e^{-\alpha \tau } \left(\cos \omega_0 \tau + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau \right)$	3	0,075	40	0,1361
7	$e^{-\alpha \tau } \left(\cos \omega_0 \tau - \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau \right)$	3	0,075	40	0,1062

Результаты исследования алгоритмов генерирования ПСП рекурсивной фильтрации представлены в таблице 3.6. В моделях 5-7 ($\mu=5$). Параметры алгоритма выбраны в соответствии с рекомендациями таблиц 3.1.

Результаты экспериментальных исследований точностных характеристик генерирования ПСП для рекурсивной фильтрации (N=5000)

Таблица 3.6

№	$\rho_x(\tau)$	τ_{kmax}	Δt	N1	γ
1	$e^{-\alpha \tau }$	3,92	0,4	9	0,079
2	$e^{-\alpha \tau }(1 + \alpha \tau)$	3	0,3	10	0,0728
		5,84	0,4	13	0,0796
3	$e^{-\alpha \tau }(1 - \alpha \tau)$	3	0,3	10	0,0675
		5,4	0,231	19	0,0763
4	$e^{-\alpha \tau }(1 + \alpha \tau + \alpha^2\tau^2 / 3)$	6,93	0,693	10	0,0881
5	$e^{-\alpha \tau } \cos \omega_0 \tau$	3	0,075	40	0,1053

Продолжение таблицы 3.6

6	$e^{-\alpha \tau } \left(\cos \omega_0 \tau + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau \right)$	3	0,075	40	0,115
7	$e^{-\alpha \tau } \left(\cos \omega_0 \tau - \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau \right)$	3	0,075	40	0,1031

Приведенные погрешности оценки нормированных корреляционных функций ПСП, полученные методом нерекурсивной фильтрации для N=5000, представлены на рис. 3.3.

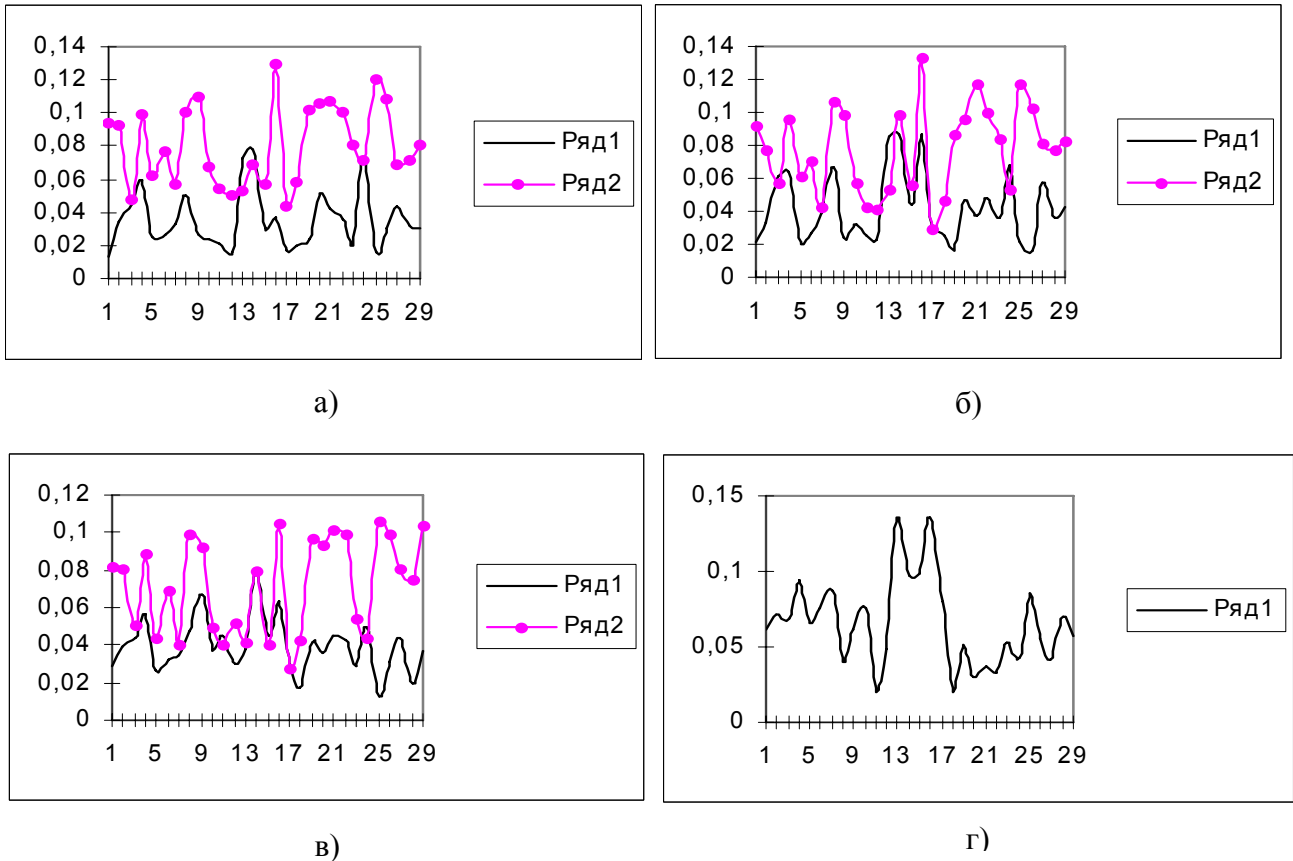


Рисунок 3.3. Приведенные погрешности оценки нормированных корреляционных функций (нерекурсивная фильтрация)

На рисунке 3.3 приняты следующие обозначения:

- а) - ряд 1 - $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}$, ряд 2 - $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \cos \omega_0 \tau$;
- б) - ряд 1 - $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} (1 + \alpha|\tau|)$, ряд 2 - $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \left(\cos \omega_0 \tau + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau \right)$;
- в) - ряд 1 - $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} (1 - \alpha|\tau|)$, ряд 2 - $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \left(\cos \omega_0 \tau - \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau \right)$;
- г) - ряд 1 - $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} (1 + \alpha|\tau| + \alpha^2 \tau^2 / 3)$.

Приведенные погрешности оценки нормированных корреляционных функций ПСП, полученные методом рекурсивной фильтрации для $N=5000$, представлены на рис. 3.4.

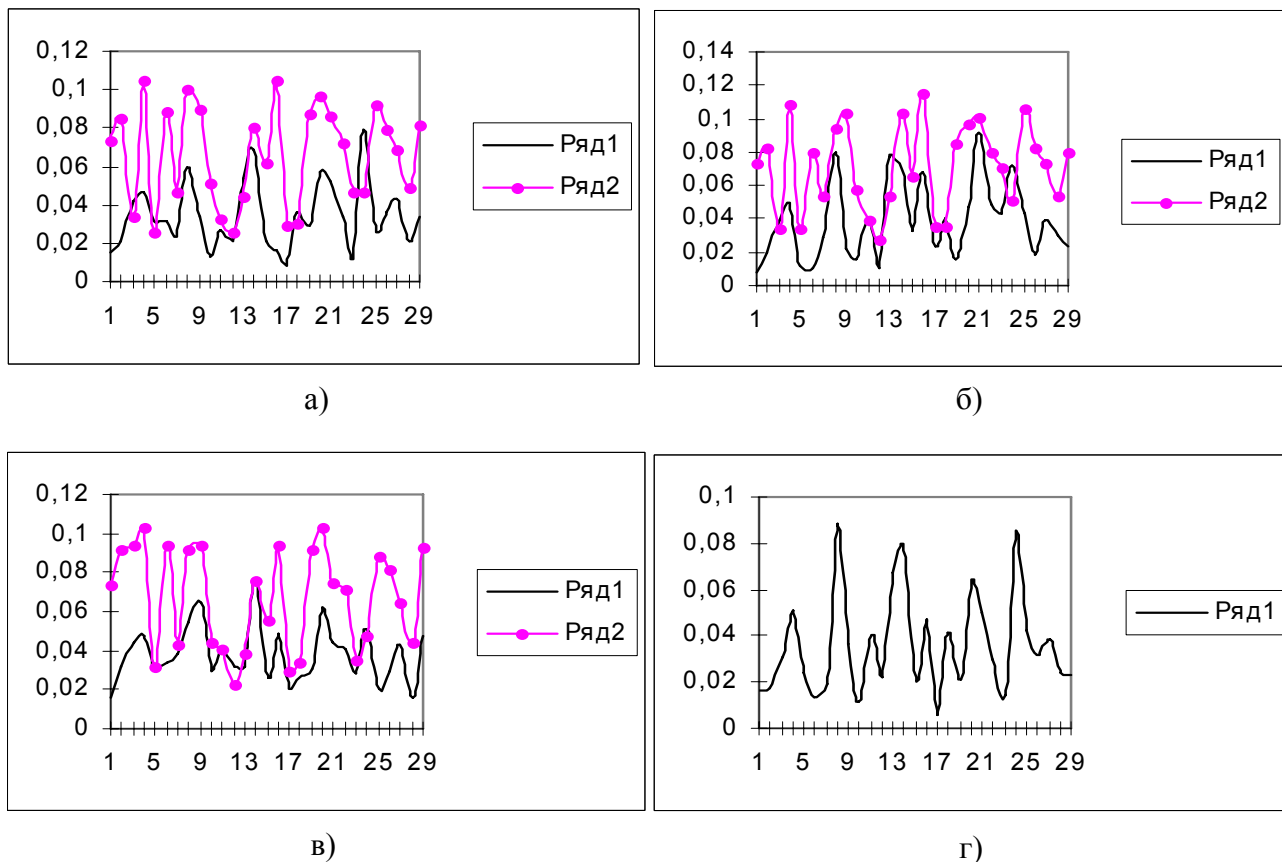


Рисунок 3.4. Приведенные погрешности оценки нормированных корреляционных функций (рекурсивная фильтрация)

На рисунке 3.4 приняты следующие обозначения:

- а) - ряд 1 - $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}$, ряд 2 - $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \cos \omega_0 \tau$;
- б) - ряд 1 - $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} (1 + \alpha|\tau|)$, ряд 2 - $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \left(\cos \omega_0 \tau + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau \right)$;
- в) - ряд 1 - $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} (1 - \alpha|\tau|)$, ряд 2 - $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \left(\cos \omega_0 \tau - \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau \right)$;
- г) - ряд 1 - $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} (1 + \alpha|\tau| + \alpha^2 \tau^2 / 3)$.

В таблице 3.7 приведено время генерирования ПСП для типовых моделей корреляционной функции при нерекурсивной и рекурсивной фильтрации с вычислением корреляционной функции при $N=5000$.

Из анализа таблиц 3.5-3.6. и рис. 3.3-3.4 можно сделать следующие выводы:

1. значения приведенных погрешностей оценки корреляционной функции существенно зависят от значения ядра генератора «белого» шума, следовательно, в программу моделирования необходимо включать блок проверки - вычисления корреляционной функции с последующей её аппроксимацией параметрическими моделями;

2. максимальные значения приведенных погрешностей оценки нормированной корреляционной функции, вычисленных по 29 реализациям, для параметров, представленных в таблице 3.6-3.7, больше у алгоритмов нерекурсивной фильтрации:

3. время генерирования больше у алгоритмов нерекурсивной фильтрации;

4. объём памяти, необходимой для размещения программы, больше у алгоритмов рекурсивной фильтрации;

5. большие значения максимальной приведенной погрешности оценки нормированной корреляционной функции следует ожидать при генерировании ПСП с колебательными моделями корреляционной функции.

Время генерирования ПСП с заданным видом корреляционной функции

Таблица 3.7

№	$\rho_x(\tau)$	N1	Время решения	
			Нерекурсив	Рекурсив
1	$e^{-\alpha \tau }$	9	9,54	6,19
2	$e^{-\alpha \tau }(1 + \alpha \tau)$	13	12,16	8,05
3	$e^{-\alpha \tau }(1 - \alpha \tau)$	19	17,27	10,45
4	$e^{-\alpha \tau }(1 + \alpha \tau + \alpha^2\tau^2 / 3)$	10	10,11	8,21
5	$e^{-\alpha \tau } \cos \omega_0 \tau$	40	34,15	18,34
6	$e^{-\alpha \tau } \left(\cos \omega_0 \tau + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau \right)$	40	33,26	18,26
7	$e^{-\alpha \tau } \left(\cos \omega_0 \tau - \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau \right)$	40	33,35	18,15

3. 4. Проверка качества генерирования псевдослучайных последовательностей с заданным видом корреляционных функций

Проверить качество генерирования псевдослучайной последовательности с заданным видом корреляционной функции можно и косвенными методами:

- путём сравнения параметров аппроксимирующего выражения корреляционной функции, соответствующих тому или иному критерию приближения, с заданными значениями;
- путем сравнения фазовых портретов заданной и вычисленной корреляционных функций сгенерированной последовательности.

Блок-схема программы оценки качества генерирования ПСП с заданным видом корреляционной функции с использованием аппроксимативного подхода представлена на рис. 3.5.



Рисунок 3.5. Блок-схема алгоритма проверки качества генерирования ПСП

В этом случае по найденным ординатам корреляционной функции находятся параметры заданного аналитического выражения корреляционной функции и оценивается погрешность аппроксимации. Результаты оценки представлены на рис. 3.6. В рассмотренных примерах приведены реализации ПСП длительностью 20 сек., а параметры корреляционной функции определялись для объема выборки $M=1000$. Интервал дискретизации определялся по таблице 3.1 для погрешности восстановления корреляционной функции $\delta=0,02$.

Для проверки качества генерирования ПСП, как и в случае идентификации законов распределения, корреляционных функций, представляется перспективным использование фазовых портретов. Под фазовым портретом будем понимать графическую зависимость, построенную в координатах: $\rho_x(\tau)$ и $\rho'_x(\tau)$ (см. рис. 3.7):

$$\rho'_x(\tau) = \Phi_x[\rho_x(\tau)]. \quad (3.25)$$

Следует отметить, что каждому типу корреляционных функций соответствует свой, уникальный фазовый портрет. На практике при построении фазового портрета вместо значения производных корреляционных функций возможно определение её приращений на заданном интервале.

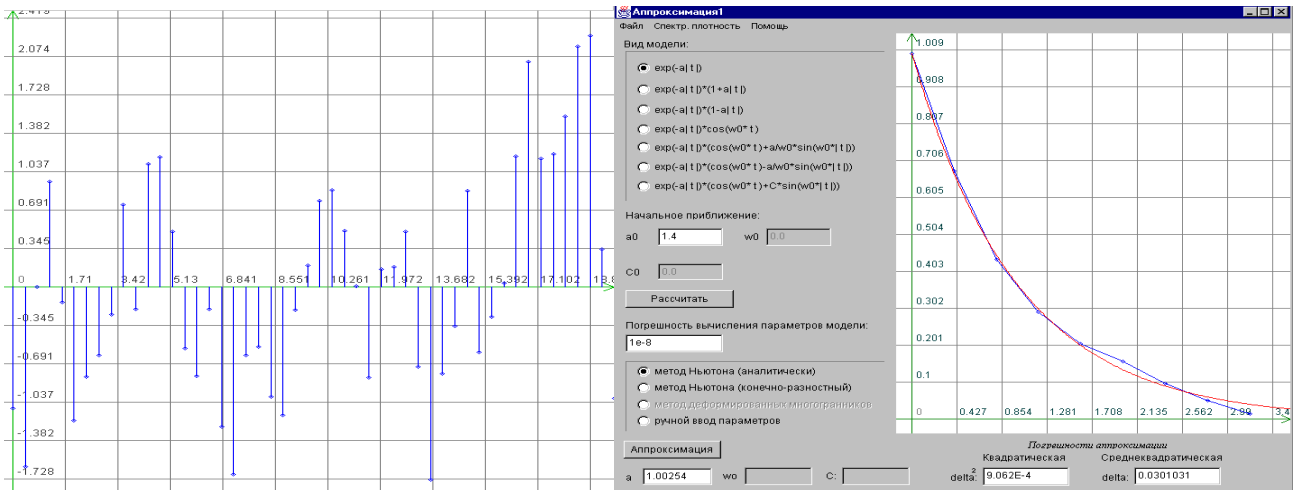
Для сравнения фазовых портретов определим квадратическую погрешность в виде:

$$\delta^2 = \frac{\sum_{i=0}^{J_{\max}} [\Phi_T[\rho_x(\tau_i)] - \Phi_x[\rho(\tau_i)]]^2}{\sum_{i=0}^{J_{\max}} \Phi_T^2[\rho_x(\tau_i)]}, \quad (3.26)$$

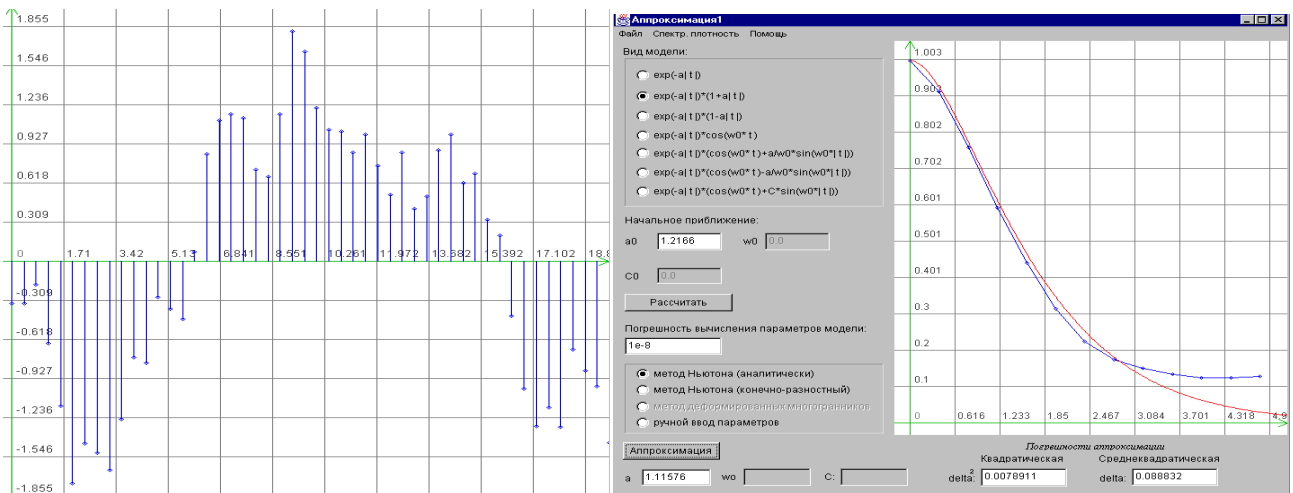
$\Phi_T[\rho_x(\tau_i)]$ - эталонный фазовый портрет.

На рис. 3.7 приведены фазовые портреты широко применяемых однопараметрических моделей. Следует отметить, что за исключением фазового портрета корреляционной функции $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}(1 - \alpha|\tau|)$, все фазовые портреты расположены в четвертом квадранте и не пересекают ось абсцисс. Кроме этого, фазовые портреты второй и четвертой моделей очень близки по форме и отличаются лишь численными значениями, в частности, значениями минимума.

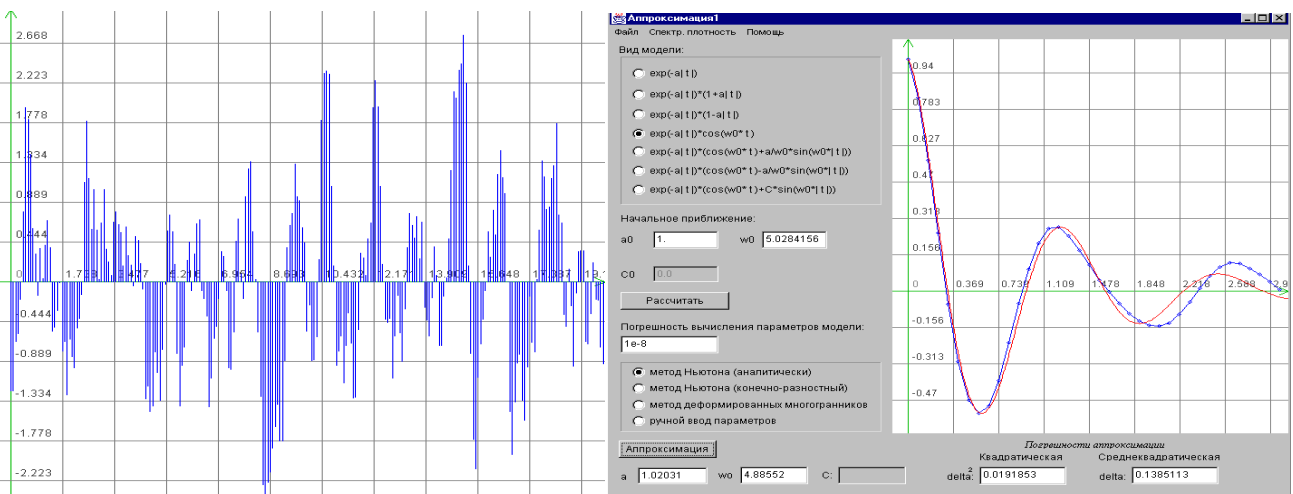
Фазовые портреты колебательных моделей, представленные на рис. 3.8, расположены во всех квадрантах. Причем, количество пересечений оси абсцисс зависит не от вида корреляционной функции, а от численного значения показателя колебательности $\mu = \omega_0 / \alpha$.



$$\text{a) } \rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}, \alpha = 1, \Delta\tau = 0,4$$

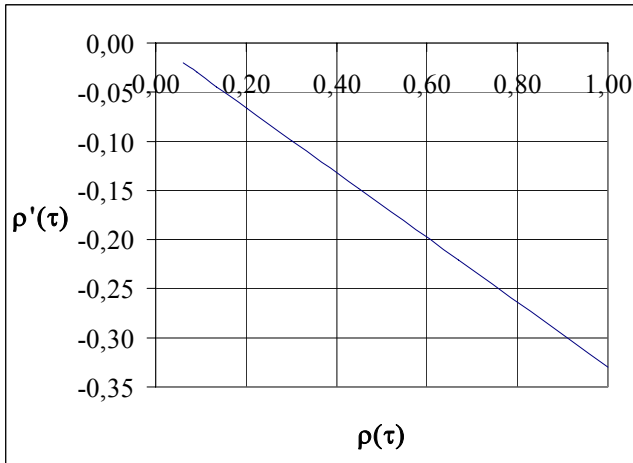


$$\text{б) } \rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}(1 + \alpha|\tau|), \alpha = 1, \Delta\tau = 0,4$$

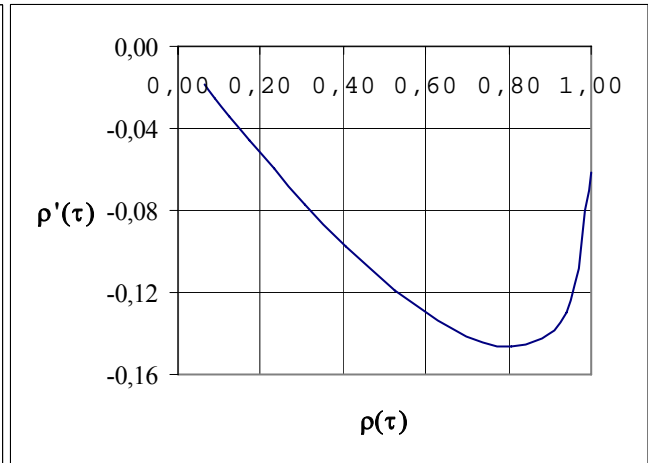


$$\text{в) } \rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \cos \omega_0 \tau, \alpha = 1, \omega_0 = 5, \Delta\tau = 0,082$$

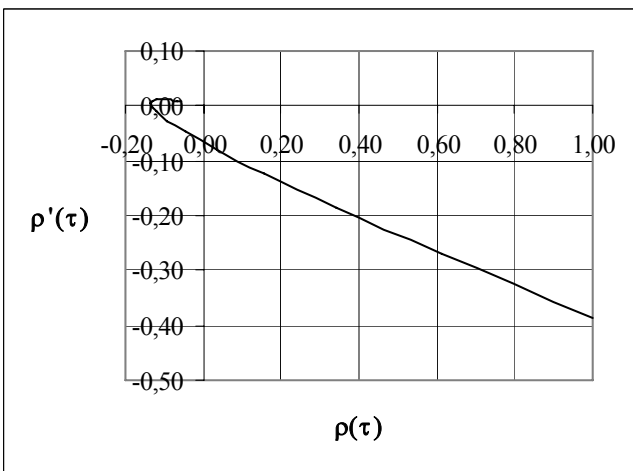
Рисунок 3.6. Проверка качества генерирования ПСП с использованием аппроксимации корреляционных функций



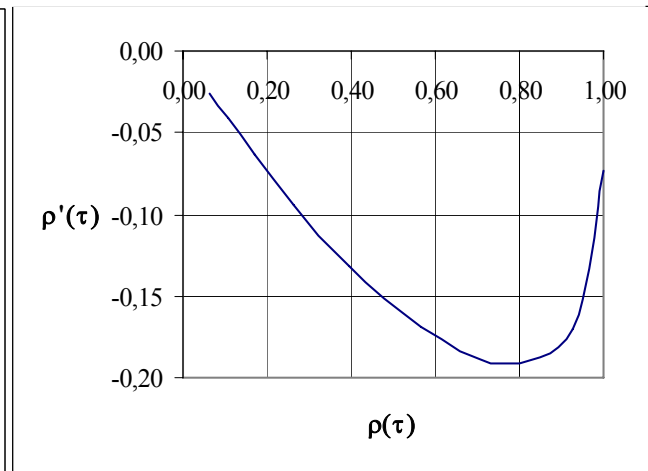
а) $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}$, $\alpha\tau = 0,4$



б) $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}(1 + \alpha|\tau|)$, $\alpha\tau = 0,4$



в) $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}(1 - \alpha|\tau|)$, $\alpha\tau = 0,23$



г) $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}(1 + \alpha|\tau| + \alpha^2\tau^2/3)$, $\alpha\tau = 0,693$

Рисунок 3.7. Фазовые портреты однопараметрических моделей

Алгоритм проверки качества генерирования ПСП с заданным видом КФ на основе анализа фазовых портретов (идентификации корреляционной функции ПСП) заключается в выполнении следующих этапов:

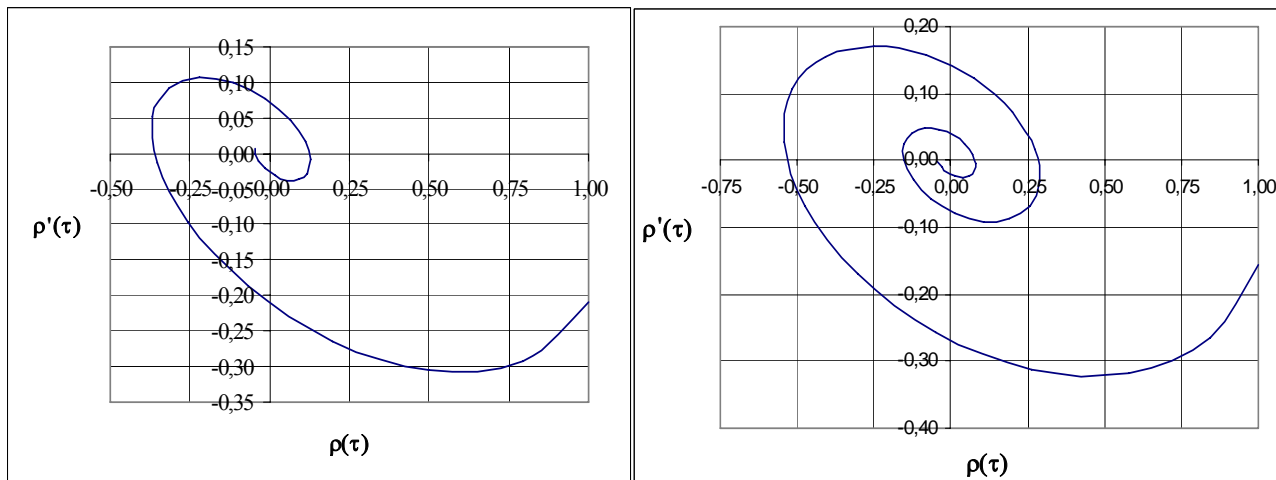
1. построения фазового портрета КФ сгенерированной ПСП с заданными параметрами;
2. построения фазового портрета заданной КФ - эталона;
3. сравнения фазовых портретов (вычисление квадратической погрешности).

На рис 3.9 представлены результаты анализа качества генерирования ПСП при различных объёмах выборки с $\rho_{x2}(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}(1 + \alpha|\tau|)$, а на рис. 3.10 – с $\rho_{x5}(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \cos \omega_0 \tau$.

Как и следовало ожидать, погрешность идентификации КФ по фазовым портретам уменьшается с увеличением объёма выборки. Исследования показали, что фазовые портреты являются устойчивыми при отношении интервала наблюдения к интервалу корреляции ≥ 10 .

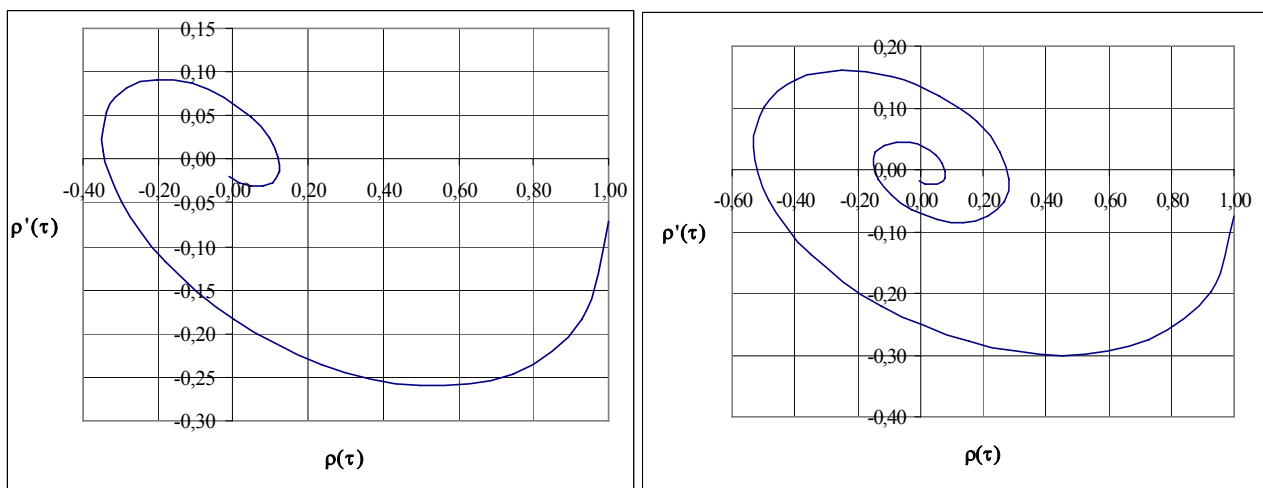
Тем не менее, проверять качество генерирования ПСП рекомендуется на выборке объёмом 5000-10000 отсчётов.

Поскольку при увеличении показателя колебательности наибольшие различия наблюдаются вблизи «нуля» корреляционной функции, наиболее информативным у фазового портрета является «хвост» [38].



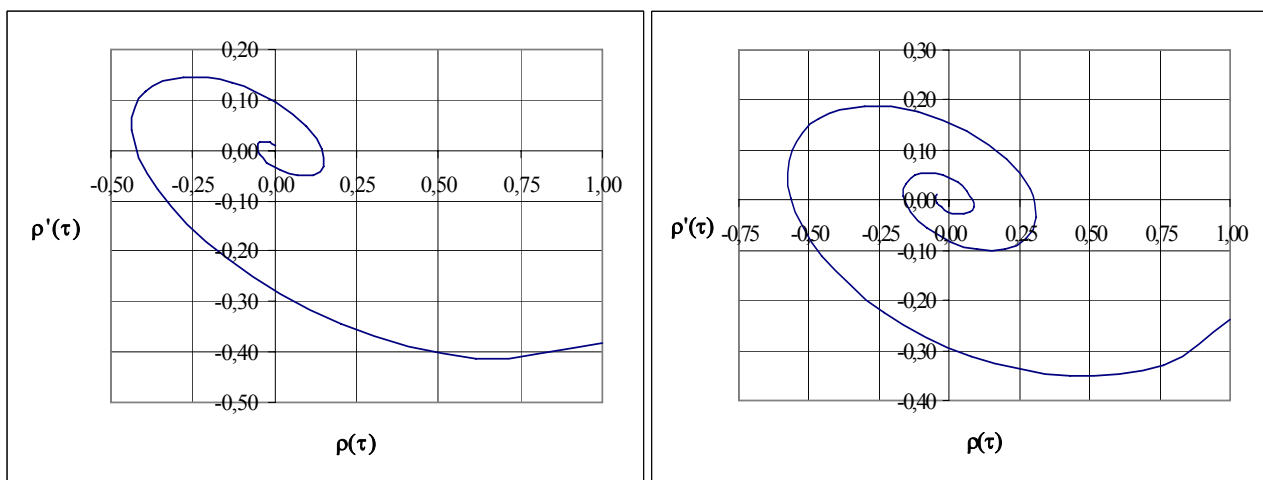
а) $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \cos \omega_0 \tau, \mu = 3$

б) $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \cos \omega_0 \tau, \mu = 5$



в) $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} (\cos \omega_0 \tau + \alpha / \omega_0 \sin \omega_0 |\tau|), \mu = 3$

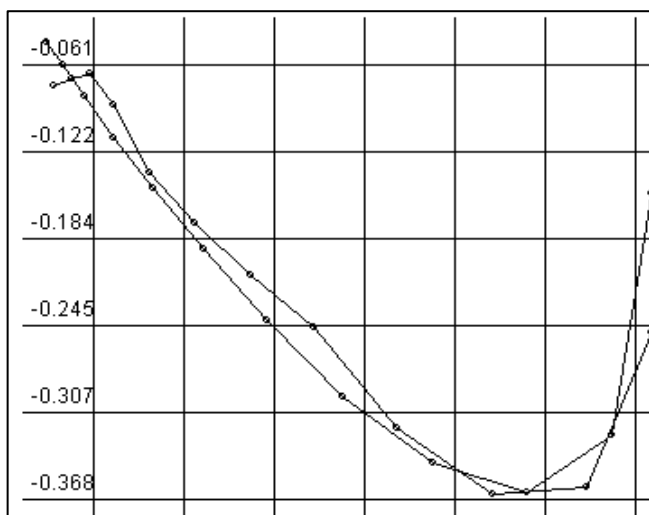
г) $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} (\cos \omega_0 \tau + \alpha / \omega_0 \sin \omega_0 |\tau|), \mu = 5$



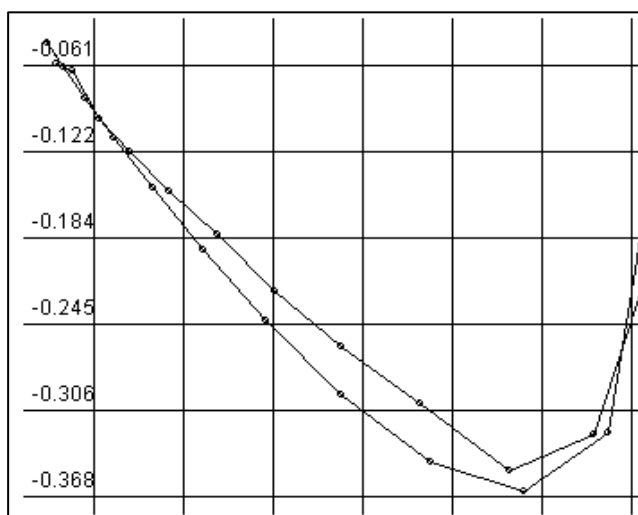
д) $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} (\cos \omega_0 \tau - \alpha / \omega_0 \sin \omega_0 |\tau|), \mu = 3$

е) $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} (\cos \omega_0 \tau - \alpha / \omega_0 \sin \omega_0 |\tau|), \mu = 5$

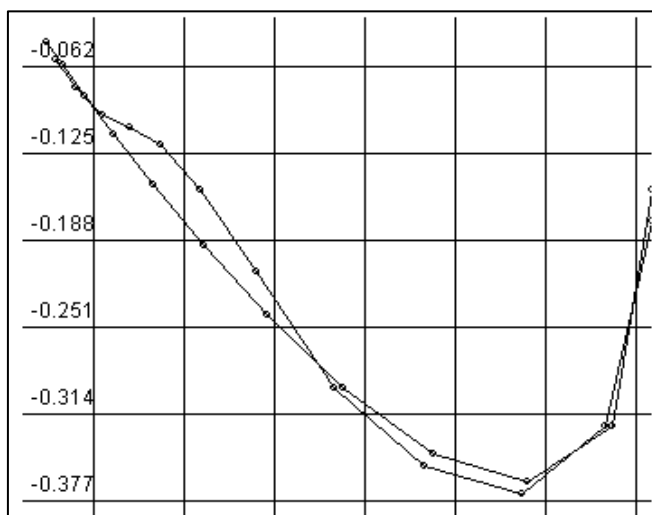
Рисунок 3.8. Фазовые портреты колебательных корреляционных функций



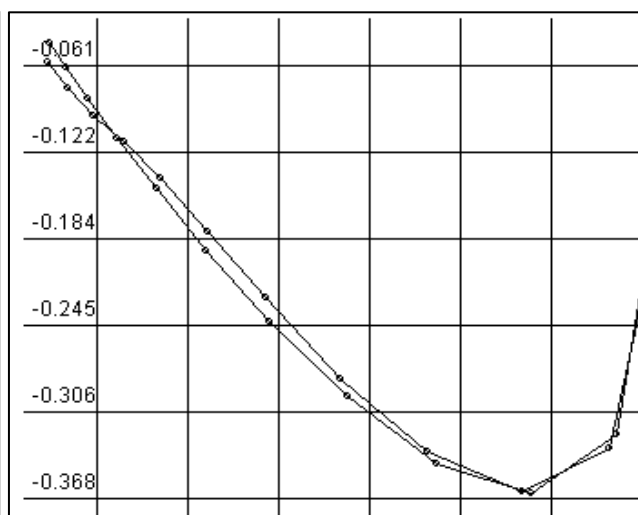
а) $M=100; \delta^2=0,0283;$



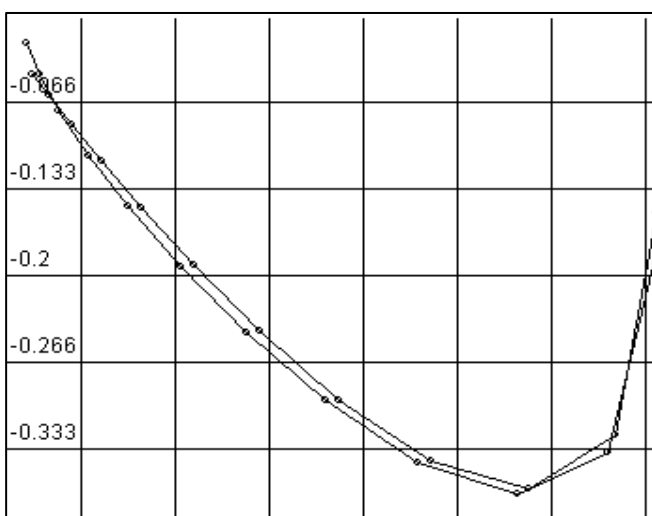
б) $M=500; \delta^2=0,0165;$



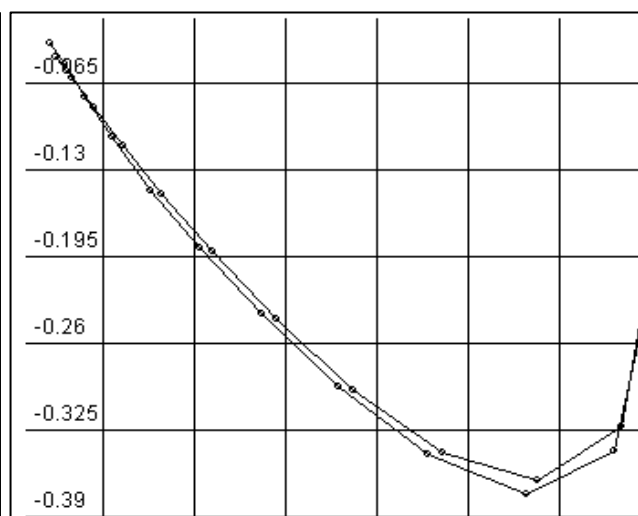
в) $M=1000; \delta^2=0,0122;$



г) $M=2000; \delta^2=0,0043;$

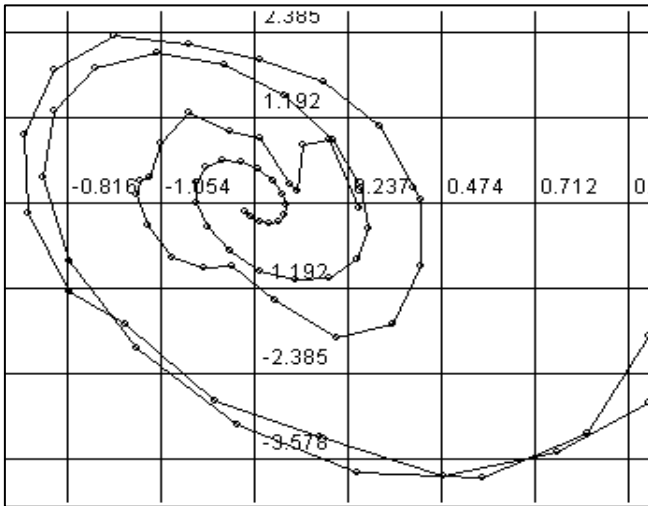


д) $N=5000; \delta^2=0,0034;$

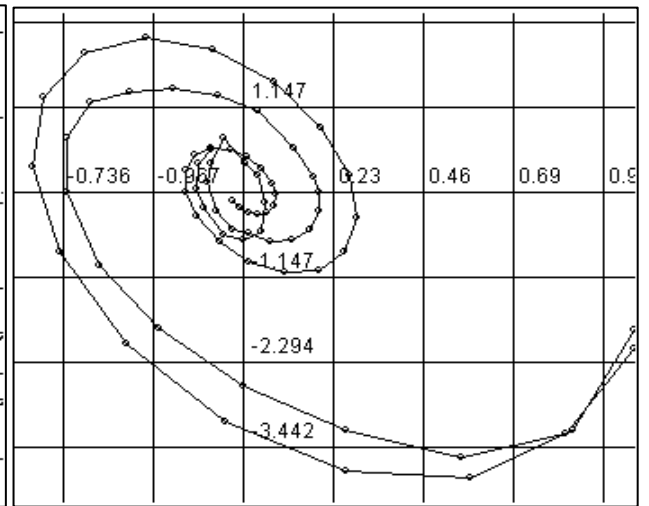


е) $N=10000; \delta^2=0,0023;$

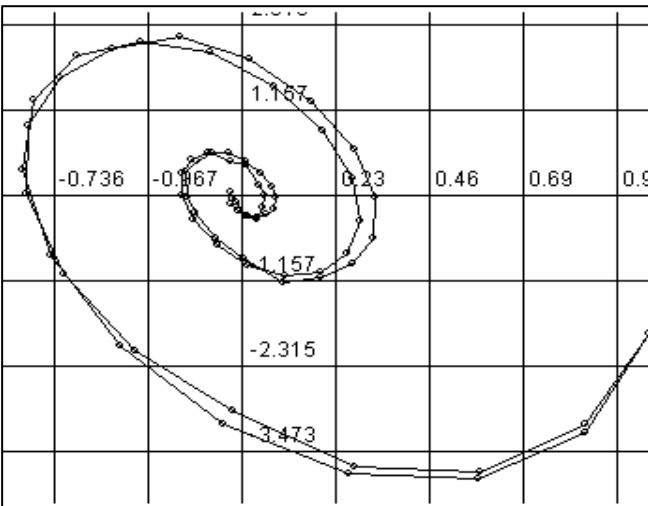
Рисунок 3.9. Влияние объёма выборки на результат идентификации монотонной корреляционной функции



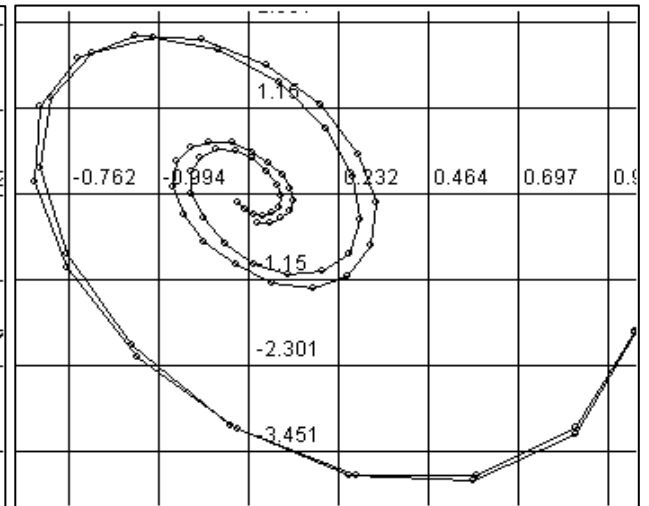
а) $M=100$; $\delta^2=0,5753$;



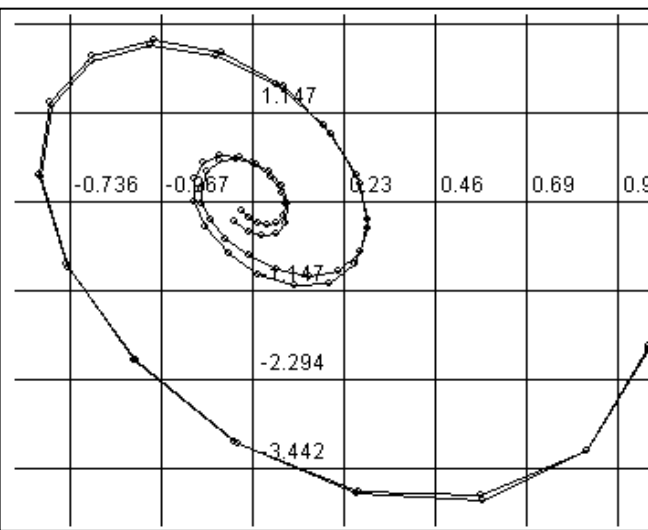
б) $M=500$; $\delta^2=0,1213$



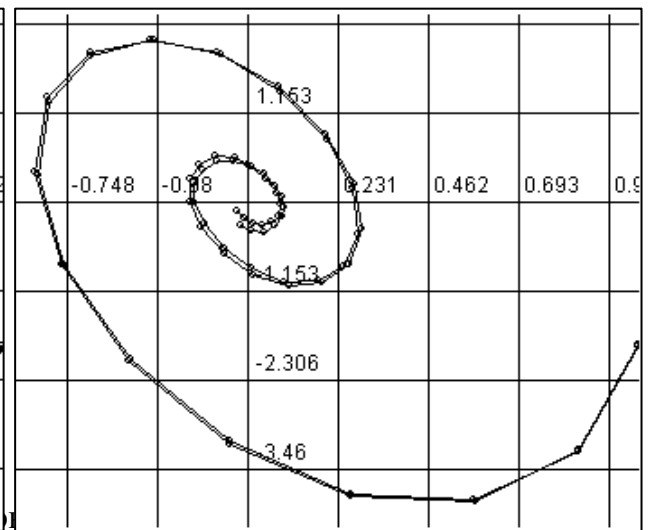
в) $M=1000$; $\delta^2=0,0289$;



г) $M=2000$; $\delta^2=0,0083$;

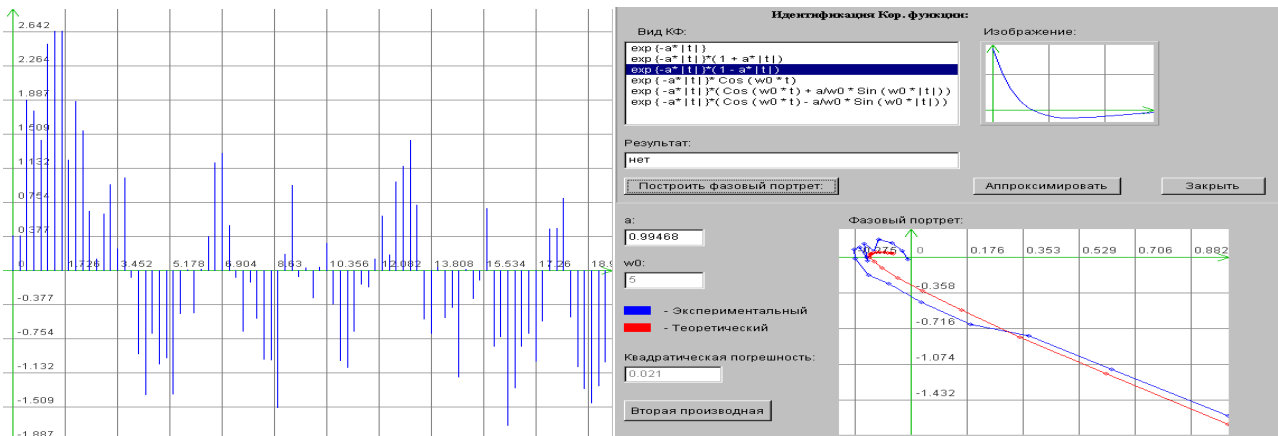


д) $N=5000$; $\delta^2=0,0025$;

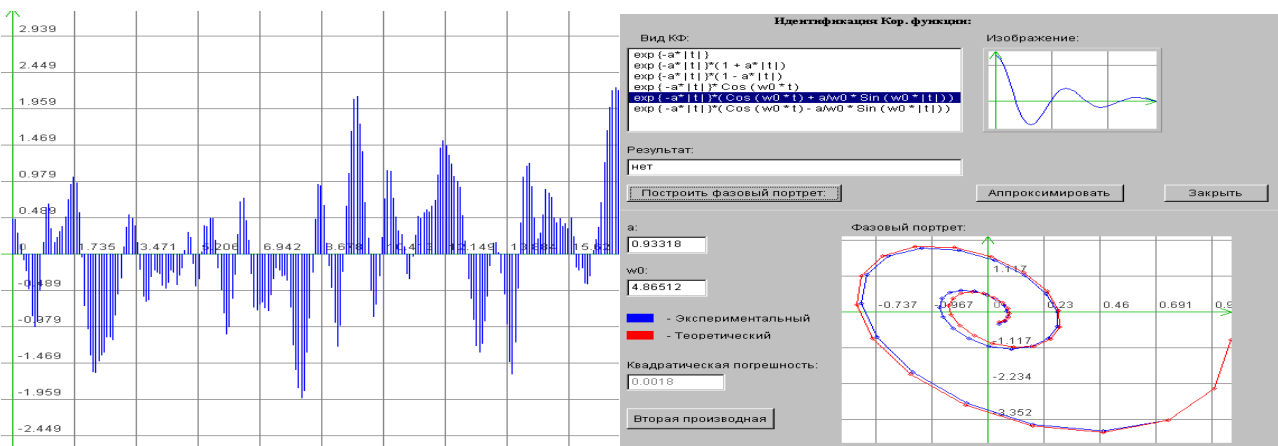


е) $N=10000$; $\delta^2=0,0019$;

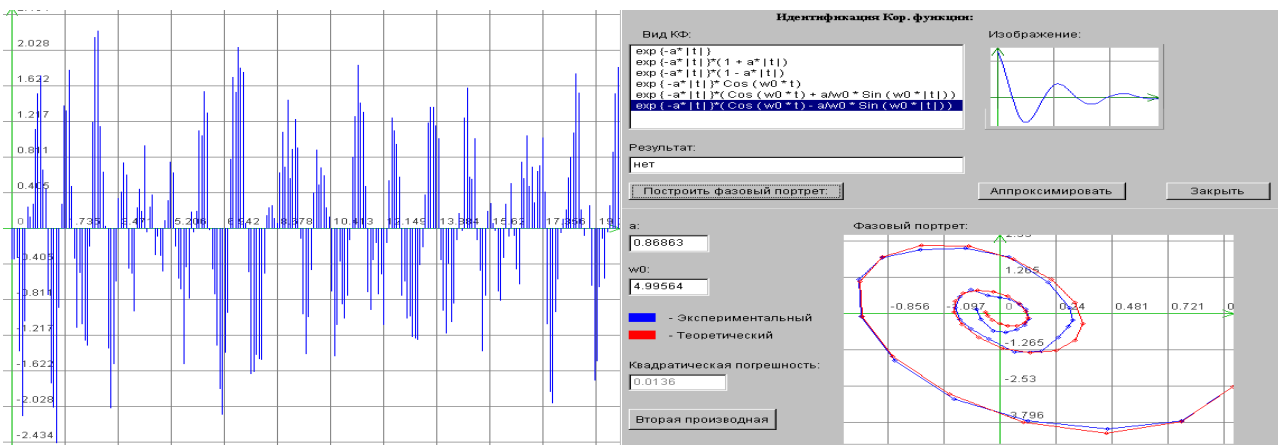
Рисунок 3.10. Влияние объема выборки на результат идентификации колебательной корреляционной функции



$$a) \rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}(1 - \alpha|\tau|), \alpha = 1, \Delta\tau = 0,23$$



$$b) \rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \left(\cos \omega_0 \tau + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 |\tau| \right), \alpha = 1, \omega_0 = 5, \Delta\tau = 0,078$$



$$b) \rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \left(\cos \omega_0 \tau - \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 |\tau| \right), \alpha = 1, \omega_0 = 5, \Delta\tau = 0,085$$

Рисунок 3.11. Проверка качества генерирования ПСП с использованием фазовых портретов

3.5. Моделирование N ПСП с заданным видом корреляционных функций, некоррелированных между собой

При исследовании методами имитационного моделирования многоканальных систем возникает необходимость в моделировании N ПСП с заданным видом корреляционной функции с определенными параметрами и некоррелированных между собой.

При решении этой задачи возможно как использование N независимых первичных ПСП, так и одного источника [9].

Более предпочтителен метод моделирования, использующий единственный источник ПСП. Один из подходов к моделированию заключается в применении ортогональных фильтров: Лагерра, Лежандра, Чебышева и т.д. [5]. Учитывая, что в приложениях очень часто применяются ортогональные функции Лагерра:

$$L_k(\tau) = \sum_{s=0}^k \frac{k!}{(k-s)! (s!)^2} (-\alpha\tau)^s e^{-\frac{\alpha\tau}{2}}, \quad (3.27)$$

обладающие свойством

$$\int_0^{\infty} L_k(\tau, \alpha) L_n(\tau, \alpha) d\tau = \begin{cases} 0, & \text{если } k \neq n; \\ \frac{1}{\alpha}, & \text{если } k = n \end{cases}, \quad (3.28)$$

найдем выходные сигналы ортогонального фильтра Лагерра.

Частотная характеристика фильтра Лагерра равна

$$W_k(j\omega) = \alpha \int_0^{\infty} L_k(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \frac{\alpha}{j\omega + \alpha/2} \left(\frac{j\omega - \alpha/2}{j\omega + \alpha/2} \right)^k = \left(\frac{j\omega - \alpha/2}{j\omega + \alpha/2} \right) W_{k-1}(j\omega). \quad (3.29)$$

Отсюда видно, что фильтр Лагерра имеет каноническую структуру (см. рис. 3.12). Выходные сигналы ячеек фильтра будут иметь вид:

$$y_k(t) = \alpha \int_0^{\infty} L_k(\tau) \overset{\circ}{x}(t - \tau) d\tau. \quad (3.30)$$

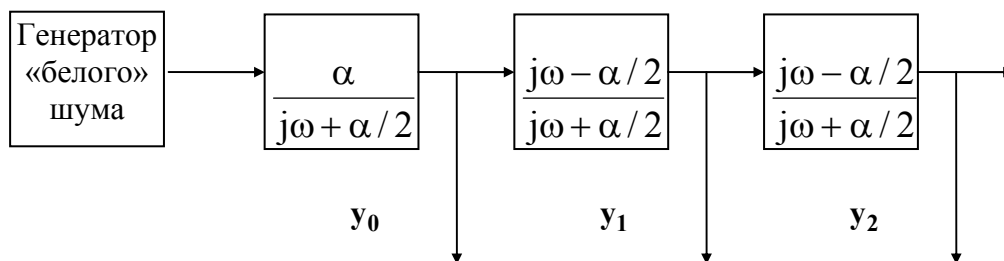


Рисунок 3.12. Генерирование N не коррелированных ПСП с заданным видом корреляционных функций

Покажем, что два различных выходных сигнала соответствующих фильтров не коррелированы между собой. В соответствии с определением корреляционный момент между двумя сигналами равен:

$$K_{kn} = \alpha^2 \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} L_k(\tau) L_n(\tau_1) K_x(\tau - \tau_1) d\tau d\tau_1. \quad (3.31)$$

Если входной сигнал является «белым» шумом, воспользовавшись свойствами ортогональных функций Лагерра (3.28) и δ -функции, получим:

$$K_{kn} = 2\pi S_0 \alpha^2 \int_0^{\infty} L_k(\tau) L_n(\tau) d\tau = 0. \quad (3.32)$$

Определим вид корреляционных функций выходных сигналов фильтра. Спектральная плотность мощности выходных сигналов фильтра с учётом (3.29) равна:

$$S_{y_k}(\omega) = \frac{\alpha^2}{\alpha^2/4 + \omega^2} S_0. \quad (3.33)$$

Воспользовавшись обратным преобразованием Фурье [18], определим корреляционные функции выходных сигналов фильтра:

$$K_{y_k}(\tau) = 2\pi\alpha S_0 e^{-\frac{\alpha\tau}{2}}. \quad (3.34)$$

Отсюда видно, что корреляционные функции выходных сигналов соответствующих фильтров Лагерра имеют один и тот же вид и одинаковые параметры. Кроме того, как следует из выражения (3.32), выходные сигналы фильтра не коррелированы между собой.

При реализации алгоритма моделирования на ЭВМ возможно воспользоваться рекуррентной формулой для определения ортогональных функций $n+1$ порядка [5]:

$$L_{n+1}(\tau) = (2n + 1 - \tau)L_n(\tau) - n^2 L_{n-1}(\tau), \quad (3.35)$$

$$\text{где } \begin{cases} L_0(\tau) = e^{-\frac{\alpha\tau}{2}}; \\ L_1(\tau) = e^{-\frac{\alpha\tau}{2}} (1 - \alpha\tau). \end{cases} \quad (3.36)$$

Аналогично может быть решена задача и для других ортогональных функций, рассмотренных, например, в [5].

3.6. Генерирование 2-х ПСП с заданным видом корреляционной и взаимной корреляционной функций

При исследовании взаимных коррелометров, спектроанализаторов, анализаторов структурных функций возникает необходимость в генерировании ПСП с заданным видом корреляционной и взаимной корреляционной функций.

Самый простой вариант решения этой задачи заключается в генерировании ПСП с заданным видом корреляционной функции и её задержке на заданный временной интервал. В качестве критерия качества генерирования ПСП можно также воспользоваться косвенным методом:

- оценить взаимную корреляционную функцию;
- аппроксимировать её заданным аналитическим выражением с параметрами, удовлетворяющими минимуму квадратической погрешности аппроксимации;

- сравнить найденные параметры модели с требуемыми значениями параметров корреляционной функции (см. рис. 3.13).

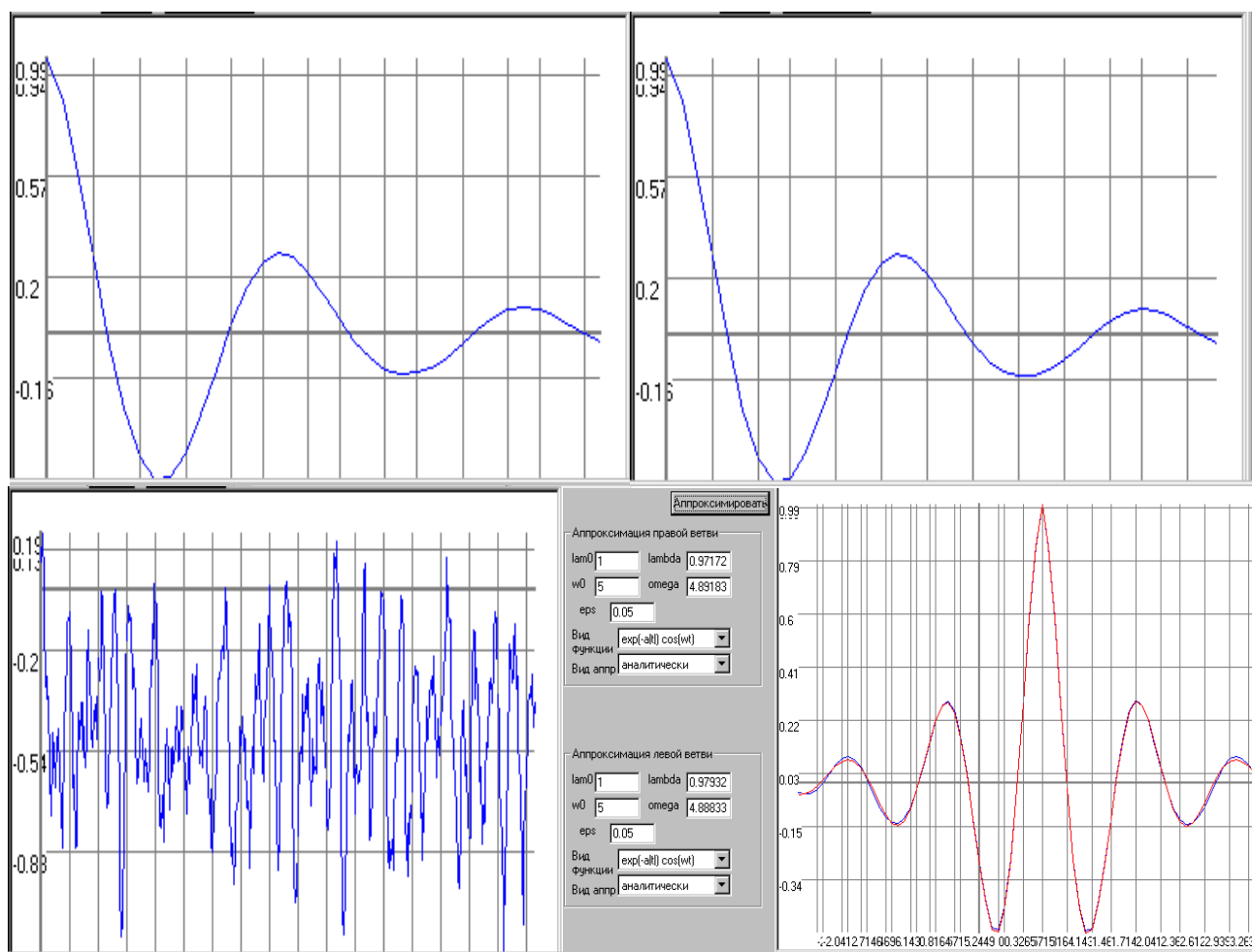


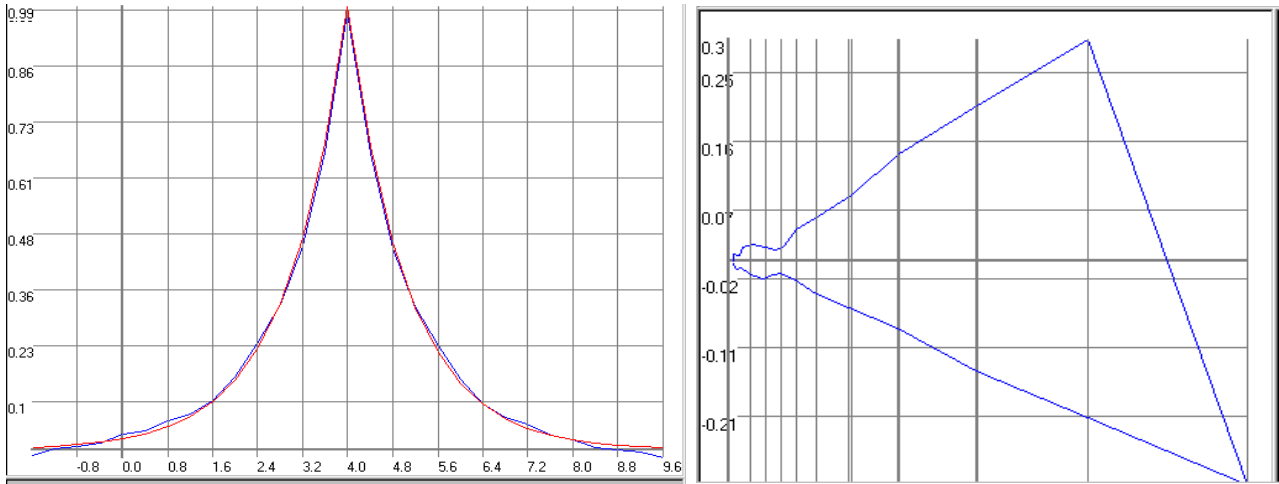
Рисунок 3.13. Пример генерирования ПСП с заданным видом корреляционной и взаимной корреляционной функции

Вторым методом косвенной проверки качества генерирования двух процессов с заданным видом взаимной корреляционной функции является применение фазовых портретов. Методика проверки заключается в выполнении следующих этапов:

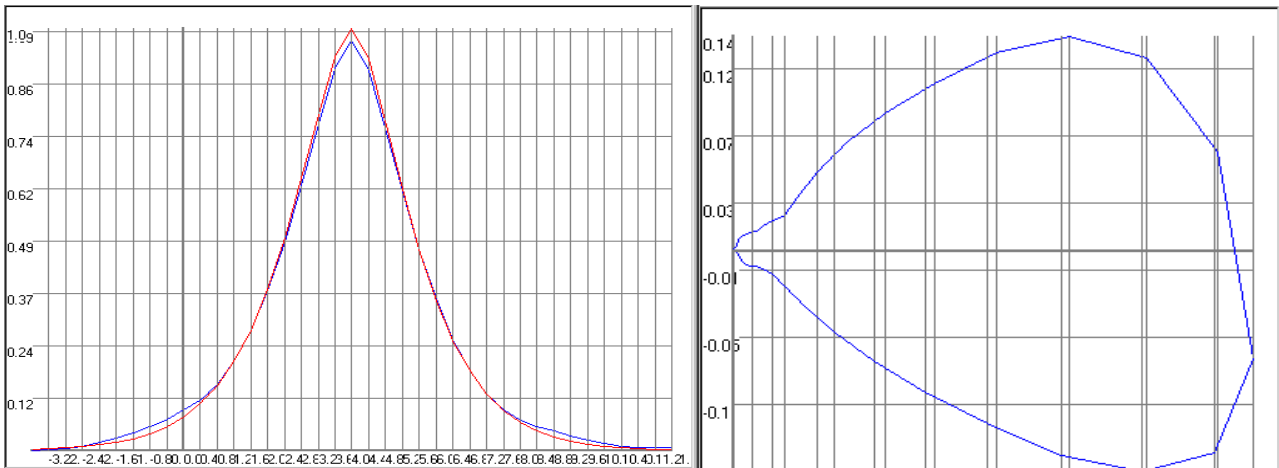
- генерирования ПСП с заданным видом корреляционной и взаимной корреляционной функций;
- построения фазового портрета по взаимной корреляционной функции;
- сравнения фазового полученного фазового портрета с эталонным, определенным по аналитической модели требуемой взаимной корреляционной функции.

Преимущество такого способа проверки качества генерирования заключается в простоте, наглядности и отсутствия необходимости решать аппроксимативную задачу. На рис. 3.14-3.15 приведены примеры фазовых портретов типовых моделей взаимных корреляционных функций. Для сравнения приведены результаты аппроксимации взаимных корреляционных функций соответствующими параметрическими моделями.

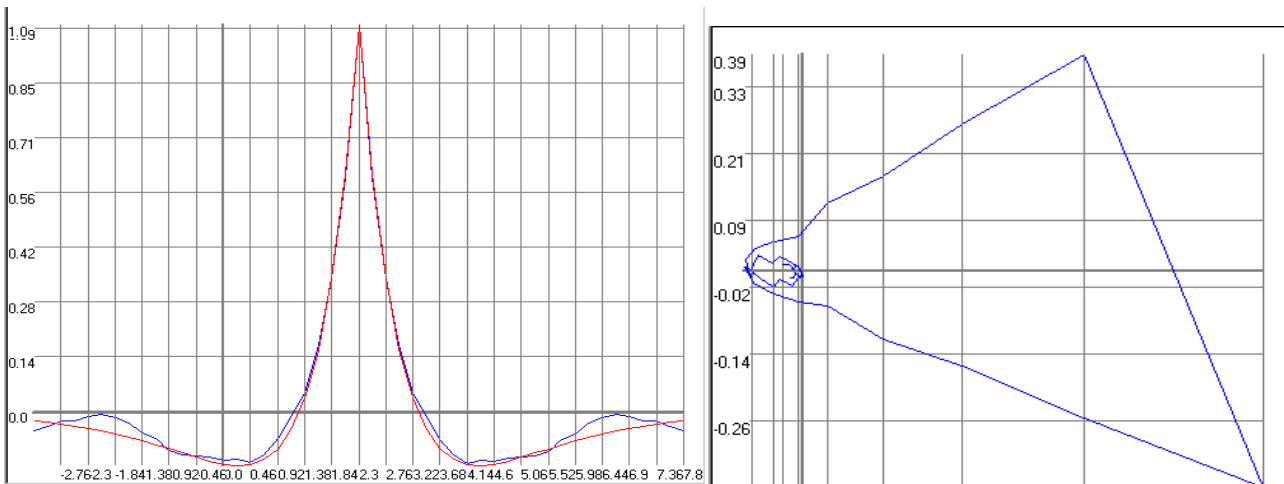
Следует отметить, что задача проверки качества подобным способом требует предварительного определения фазового портрета корреляционной функции для генерируемого процесса.



а) $\rho_x(\rho) = e^{-\alpha|\tau-\tau_m|}$, $\alpha = 1, \tau_m = 10$

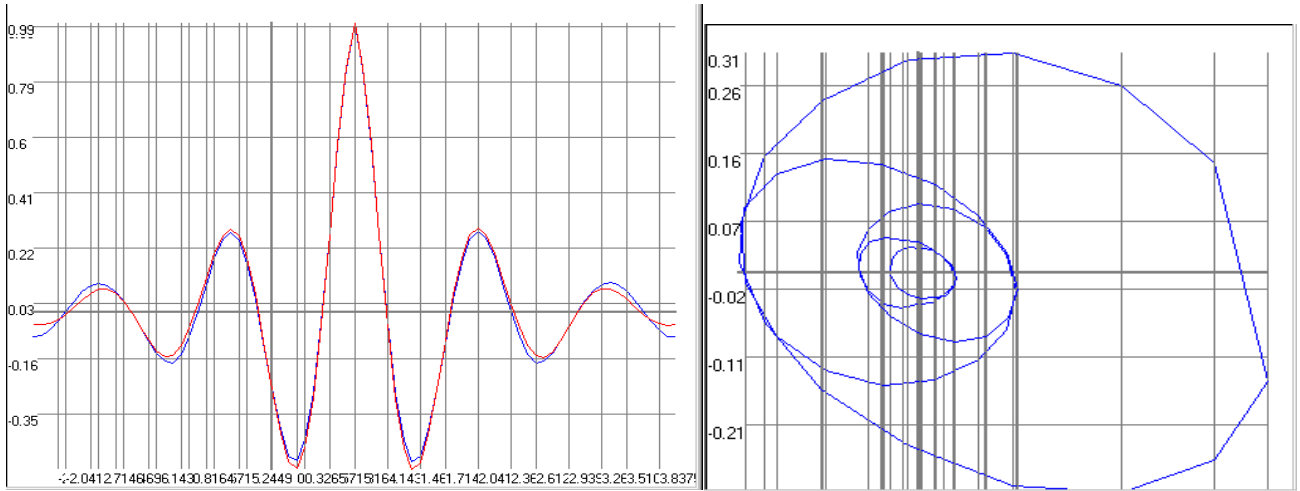


б) $\rho_x(\rho) = e^{-\alpha|\tau-\tau_m|} (1 + \alpha|\tau - \tau_m|)$, $\alpha = 1, \tau_m = 10$

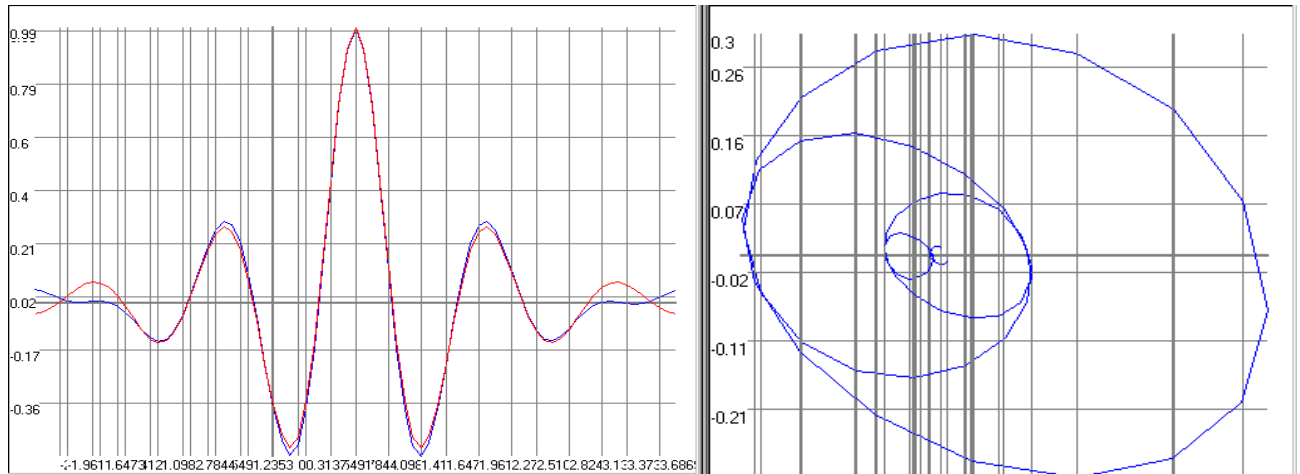


в) $\rho_x(\rho) = e^{-\alpha|\tau-\tau_m|} (1 - \alpha|\tau - \tau_m|)$, $\alpha = 1, \tau_m = 10$

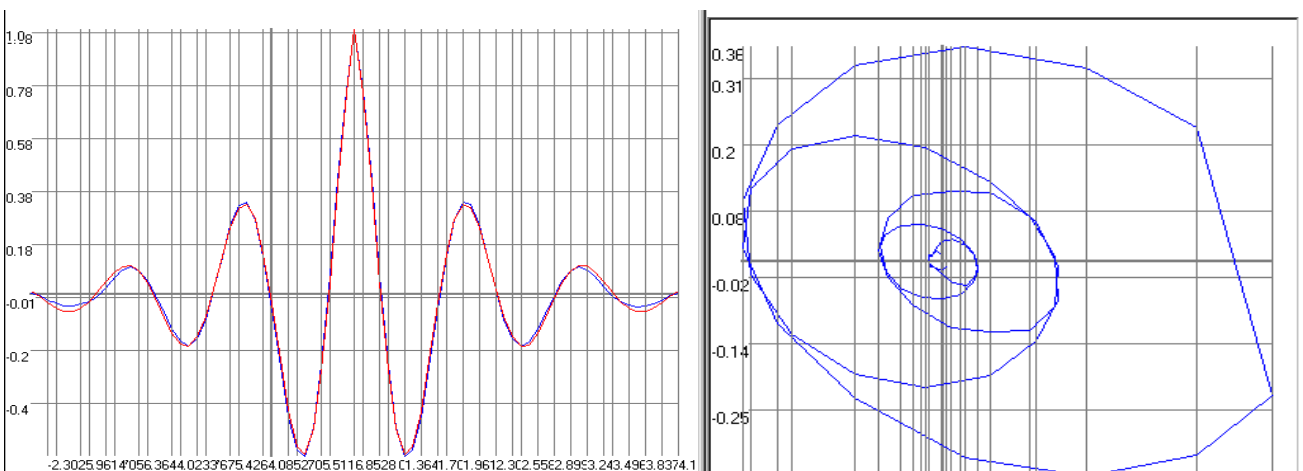
Рисунок 3.14. Взаимные корреляционные функции и фазовые портреты монотонных моделей



a) $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau-\tau_m|} \cos \omega_0(\tau - \tau_m)$, $\alpha = 1$, $\omega_0 = 5$, $\tau_m = 10$



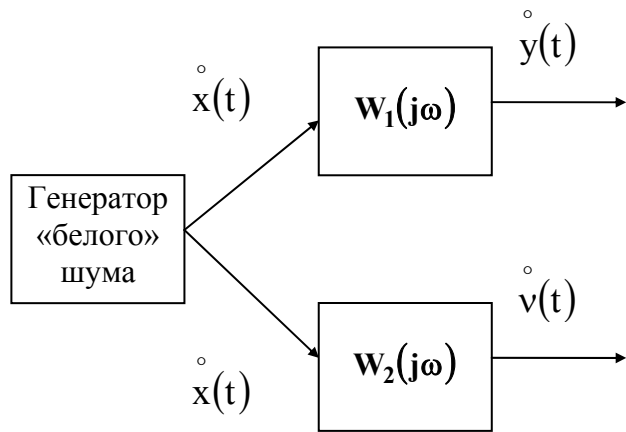
a) $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau-\tau_m|} (\cos \omega_0(\tau - \tau_m) + \alpha/\omega_0 \sin \omega_0(\tau - \tau_m))$, $\alpha = 1$, $\omega_0 = 5$, $\tau_m = 10$



a) $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau-\tau_m|} (\cos \omega_0(\tau - \tau_m) - \alpha/\omega_0 \sin \omega_0(\tau - \tau_m))$, $\alpha = 1$, $\omega_0 = 5$, $\tau_m = 10$

Рисунок 3.15. Взаимные корреляционные функции и фазовые портреты колебательных моделей

Эта задача также может быть решена и методом фильтрации с использованием единственного источника первичного сигнала (см. рис. 3.16).



Спектральные плотности мощности

сигналов $\dot{z}(t)$ и $\dot{v}(t)$ соответственно равны:

$$\begin{cases} S_z(\omega) = S_0 |W_1(j\omega)|^2; \\ S_v(\omega) = S_0 |W_2(j\omega)|^2; \\ S_{zv}(\omega) = S_0 W_1(j\omega)W_2(-j\omega); \\ S_{vz}(\omega) = S_0 W_1(-j\omega)W_2(j\omega), \end{cases} \quad (3.37)$$

где $W_1(j\omega)$, $W_2(j\omega)$ - частотные характеристики формирующих фильтров.

Рисунок 3.16. Генерирование коррелированных ПСП с заданным видом корреляционных функций

В таблице 3.8 для примера приведены выражения для импульсных переходных характеристик формирующих фильтров и соответствующие им корреляционные функции.

ные функции.

Импульсные характеристики формирующих фильтров

Таблица 3.8

$h_1(\tau)$	$h_2(\tau)$	$K_z(\tau)$	$K_v(\tau)$	$K_{zv}(\tau)$	$K_{vz}(\tau)$
$k_1 \alpha e^{-\alpha\tau}$	$k_2 \alpha^2 \tau e^{-\alpha\tau}$	$\sigma_x^2 e^{-\alpha \tau }$	$\sigma_x^2 e^{-\alpha \tau } (1 + \alpha \tau)$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \sigma_x^2 e^{-\alpha \tau }$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \sigma_x^2 e^{-\alpha \tau } * (1 + \alpha \tau)$
$k_1 \alpha e^{-\alpha\tau}$	$k_2 \alpha e^{-\alpha\tau} (1 - \alpha\tau)$	$\sigma_x^2 e^{-\alpha \tau }$	$\sigma_x^2 e^{-\alpha \tau } (1 - \alpha \tau)$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \sigma_x^2 e^{-\alpha \tau }$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \sigma_x^2 e^{-\alpha \tau } * (1 - \alpha \tau)$
$k_2 \alpha^2 \tau e^{-\alpha\tau}$	$k_2 \alpha e^{-\alpha\tau} (1 - \alpha\tau)$	$\sigma_x^2 e^{-\alpha \tau } (1 + \alpha \tau)$	$\sigma_x^2 e^{-\alpha \tau } (1 - \alpha \tau)$	$-\frac{\sqrt{2}}{2} \sigma_x^2 \alpha\tau * e^{-\alpha \tau }$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \sigma_x^2 \alpha\tau * e^{-\alpha \tau }$

В таблице 3.8. приняты следующие обозначения:

$$k_1 = \sigma_x \sqrt{\frac{1}{\alpha\pi S_0}}, \quad k_2 = \sigma_x \sqrt{\frac{2}{\alpha\pi S_0}}.$$

Реализация формирующих фильтров упрощается в случае применения почти канонических структур (см. рис. 3.17).

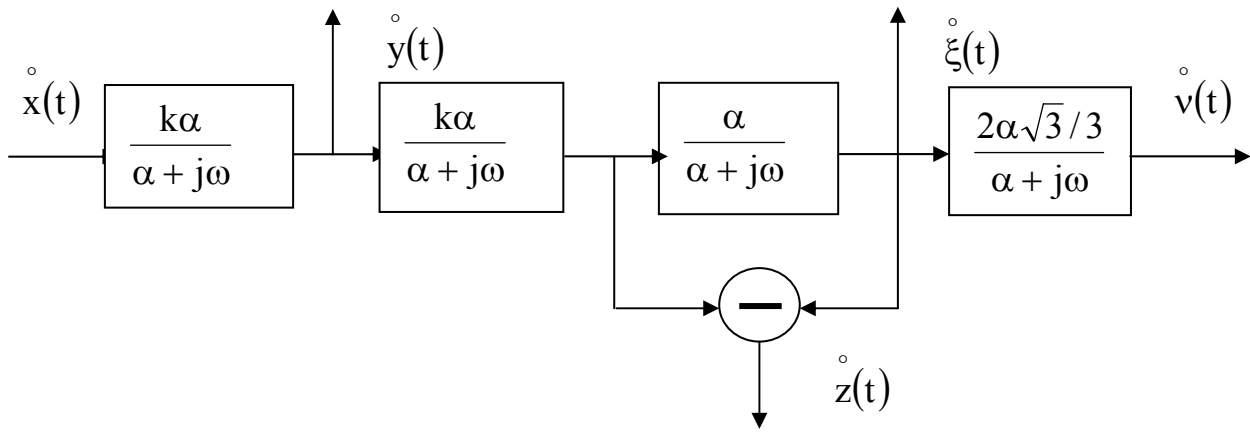


Рис. 3.19 Пример реализации формирующего фильтра

Корреляционные функции выходных сигналов ячеек формирующего фильтра равны:

$$\begin{cases} K_y(\tau) = \sigma_x^2 e^{-\alpha|\tau|}; \\ K_\xi(\tau) = \sigma_x^2 e^{-\alpha|\tau|} (1 + \alpha|\tau|); \\ K_z(\tau) = \sigma_x^2 e^{-\alpha|\tau|} (1 - \alpha|\tau|); \\ K_v(\tau) = \sigma_x^2 e^{-\alpha|\tau|} (1 + \alpha|\tau| + \alpha^2 \tau^2 / 3). \end{cases} \quad (3.38)$$

Приведем приближенные уравнения, полученные при замене производной выходного сигнала в дифференциальном уравнении, описывающим работу фильтра, отношениями приращений:

$$\begin{cases} y_m = y_{m-1} + \frac{\alpha \Delta k}{1 + \alpha \Delta} x_m; \\ \xi_m = \xi_{m-1} + \frac{\sqrt{2} \alpha \Delta}{1 + \alpha \Delta} y_m; \\ z_m = \sqrt{2} y_m - \xi_m; \\ v_m = v_{m-1} + \frac{2\sqrt{3} \alpha \Delta / 3}{1 + \alpha \Delta}, \end{cases} \quad (3.39)$$

где $k = \sqrt{\frac{2}{\alpha \Delta}}$, а $\alpha \Delta$ выбирается исходя из допустимой погрешности вычисления корреляционных функций (см. таблицы 3.1).

3.7. Генерирование ПСП с заданным видом корреляционной функции и законом распределения отличным от нормального

При решении ряда задач возникает необходимость в анализе нелинейных систем при случайном входном воздействии. Аналитическое решение этой задачи возможно в некоторых случаях только для нормальных входных процессов, и даже в этом случае, как правило, применяют приближенные методы и оценивают погрешность приближения. Эта процедура достаточно сложна и громоздка [17]. Если же входной процесс отличен от нормального, аналитическое решение задачи практичес-

ки невозможно. Тем не менее, успешное исследование подобных систем возможно методами имитационного моделирования на ЭВМ.

Первым шагом в этом направлении является генерирование ПСП с требуемым видом корреляционной функции и закона распределения. Следует отметить, что в настоящее время удовлетворительного решения этой задачи не найдено. Это объясняется рядом причин. Для генерирования подобных ПСП применяют две процедуры: линейную фильтрацию и нелинейное преобразование. Выходной сигнал фильтра при выполнении условия, а оно для «белого» шума всегда выполняется,

$$\Delta\omega_c \ll \Delta\omega_\varphi, \quad (3.40)$$

где $\Delta\omega_c$ и $\Delta\omega_\varphi$ эквивалентная полоса пропускания фильтра и эквивалентная ширина спектра мощности случайного процесса, распределен по закону близкому к нормальному. Нормализация процесса выполняется тем лучше, чем лучше выполняется условие (3.40). С другой стороны, нелинейное преобразование изменяет форму и значения параметров корреляционной функции.

Однако, как показали исследования, при удачном подборе функции преобразования возможно приемлемое решение задачи [47] (см. рис. 3.20).



Рисунок 3.20. Генерирование ПСП с заданным видом корреляционной функции и законом распределения отличным от нормального

Выходной сигнал генератора «белого» шума $x(t)$ распределен по равномерному закону и $x(t) \in [0, 1]$. Выходной сигнал формирующего фильтра $v(t)$ распределен по нормальному закону и находится в диапазоне $v \in [v_{\min}, v_{\max}]$. Для нормальной работы нелинейного преобразователя необходимо, чтобы $y \in [0, 1]$ (см. подраздел 2.2). Следовательно, нормирующий преобразователь должен выполнять преобразование:

$$y(t) = \frac{v(t) - v_{\min}}{v_{\max} - v_{\min}}. \quad (3.41)$$

Предположим, что корреляционная функция выходного сигнала формирующего фильтра известна (импульсная переходная характеристика формирующего фильтра определена), а нелинейная функция преобразования имеет вид:

$$z(t) = 1 - \exp(-\lambda y(t)), \quad y(t) \in [0, 1]. \quad (3.42)$$

Разложим экспоненту в ряд Маклорена, ограничившись для простоты тремя членами ряда. Тогда

$$z(t) = \lambda y(t) - \frac{\lambda^2}{2} y^2(t). \quad (3.43)$$

Математическое значение сигнала $z(t)$ равно:

$$m_z = \lambda m_y - \frac{\lambda^2}{2} (m_y^2 + \sigma_y^2). \quad (3.44)$$

Центрированное значение случайной величины $\overset{\circ}{z}(t)$ примет вид:

$$\overset{\circ}{z}(t) = \lambda \overset{\circ}{y}(t) - \frac{\lambda^2}{2} [y^2(t) - m_y^2 - \sigma_y^2]. \quad (3.45)$$

Корреляционная функция сигнала $z(t)$ равна:

$$\begin{aligned} K_z(\tau) = & K_y(\tau) (\lambda^2 - 2\lambda^3 m_y + \lambda^4 m_y^2) - \frac{1}{2} M \left[\overset{\circ}{y}(t) \overset{\circ}{y}^2(t-\tau) \right] (\lambda^3 - \lambda^4 m_y) - \\ & - \frac{1}{2} M \left[\overset{\circ}{y}^2(t) \overset{\circ}{y}(t-\tau) \right] (\lambda^3 - \lambda^4 m_y) + \frac{\lambda^4}{4} M \left[\overset{\circ}{y}^2(t) \overset{\circ}{y}^2(t-\tau) \right] - \frac{\lambda^4}{4} \sigma_y^4. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Для определения $K_z(\tau)$ необходимо вычислить:

$$\begin{cases} \mu_{1,2} = M \left[\overset{\circ}{y}(t) \overset{\circ}{y}^2(t-\tau) \right]; \\ \mu_{2,1} = M \left[\overset{\circ}{y}^2(t) \overset{\circ}{y}(t-\tau) \right]; \\ \mu_{2,2} = M \left[\overset{\circ}{y}^2(t) \overset{\circ}{y}^2(t-\tau) \right]. \end{cases} \quad (3.47)$$

Воспользовавшись результатами таблицы 1.3, определим, что

$$\begin{cases} \mu_{1,2} = \mu_{2,1} = 0; \\ \mu_{2,2} = \sigma_y^4 + 2K_y^2(\tau). \end{cases} \quad (3.48)$$

Подставив выражения (3.47) в (3.46), окончательно получим:

$$K_z(\tau) = K_y(\tau) \lambda^2 (1 - \lambda m_y)^2 + \frac{\lambda^2}{2} K_y^2(\tau). \quad (3.49)$$

Выражение (3.49) позволяет с некоторым приближением определить корреляционную функцию выходного сигнала.

Следующим шагом является определение закона распределение выходного сигнала. Для рассматриваемого случая, воспользовавшись теорией функции случайного аргумента (см. подраздел 1.3), закон распределения ПСП z равен:

$$f_z(z) = f_y[\psi(z)] \left| \frac{dy}{dz} \right|, \quad (3.50)$$

где

$$\begin{cases} f_y(y) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-m_y)^2}{2\sigma_y^2}}; \\ y = \psi(z) = -\frac{1}{\lambda} \ln(1-z); \\ \left| \frac{dy}{dz} \right| = \frac{1}{\lambda(1-z)}. \end{cases} \quad (3.51)$$

Подставив выражение (3.51) в (3.50), окончательно получим:

$$f_z(z) = \frac{1}{\sigma_y \lambda \sqrt{2\pi(1-z)}} e^{-\frac{[\ln(1-z) + m_y]^2}{2\lambda^2 \sigma_y^2}} \quad (3.52)$$

Задаваясь различным видом функций преобразования, значениями их параметров и импульсными переходными характеристиками формирующих фильтров, в соответствии с предложенной методикой можно определить корреляционные функции и плотности распределения вероятностей генерируемой ПСП.

Результаты генерирования ПСП с заданным видом корреляционной функции для различных видов функционального преобразования представлены на рис. 3.21-3.25 [62]:

- на рис. 3.21 - $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \cos \omega_0 \tau$, $\alpha = 1 \text{ сек}^{-1}$, $\omega_0 = 5 \text{ сек}^{-1}$, $\Delta \tau = 0,1 \text{ сек}$; $z(t) = 1 - \exp(-\lambda y(t))$,
- на рис. 3.22 - $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}$, $z(t) = 1 - \exp(-\lambda y(t))$;
- на рис. 3.23 - $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}$, $z(t) = 1 - \exp(-\lambda y(t))(1 + \lambda y(t) + \lambda^2 y(t)^2 / 3)$.

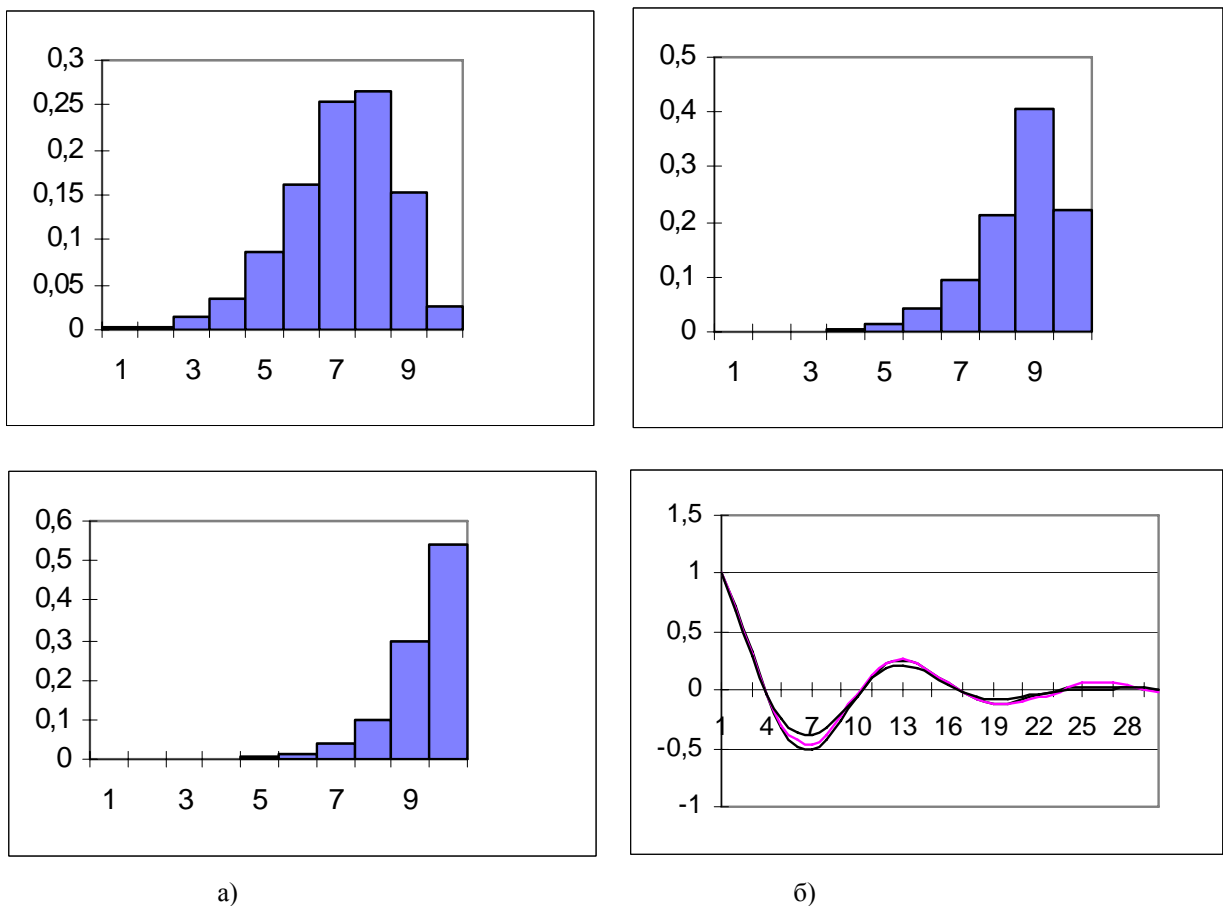
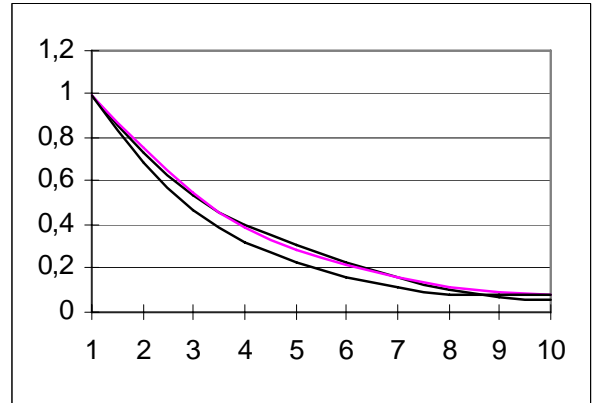
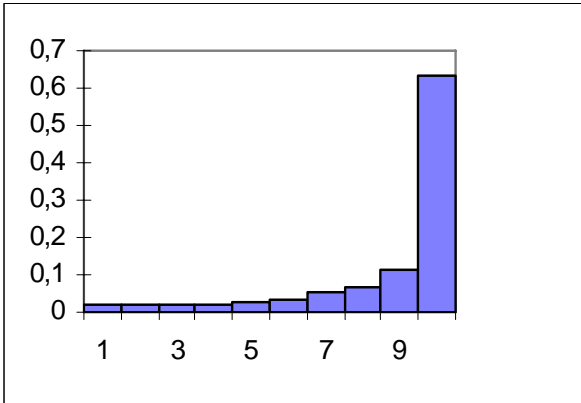
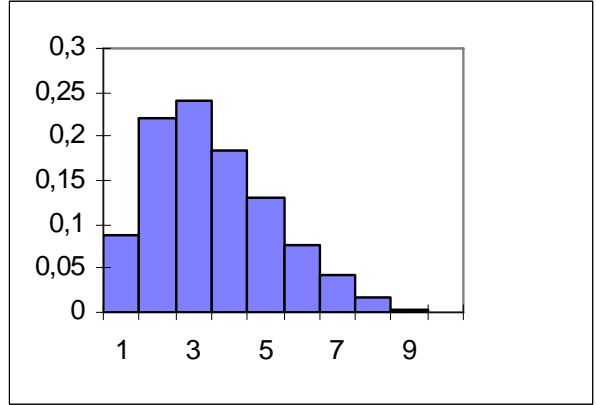
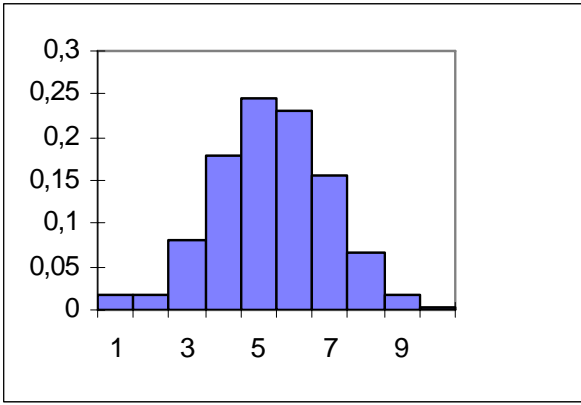
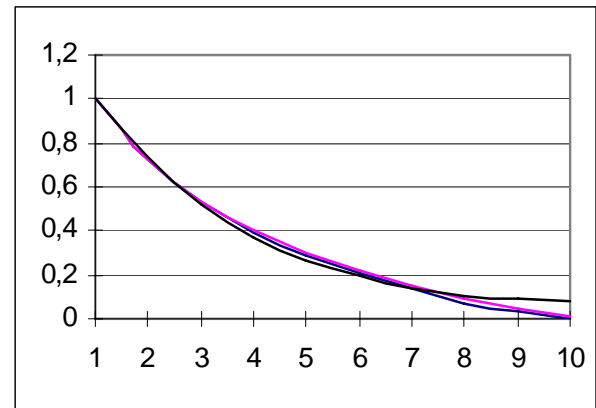
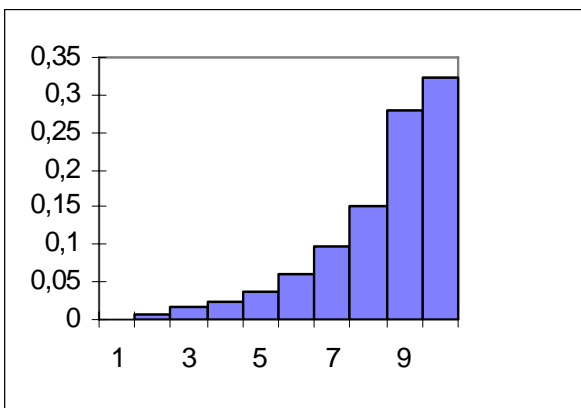
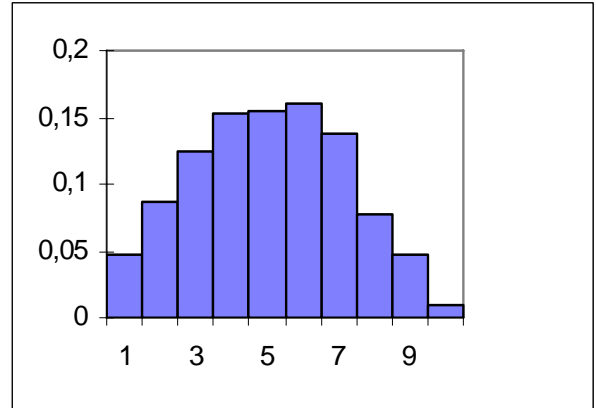
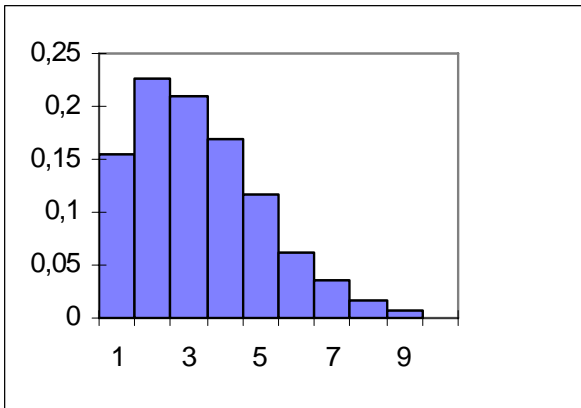


Рисунок 3.21. Гистограммы и корреляционные функции ПСП



а) б)
Рисунок 3.22. Гистограммы и корреляционные функции ПСП



а) б)
Рисунок 3.23. Гистограммы и корреляционные функции ПСП

В таблице 3.9 приведены характеристики законов распределения, представленных на рис. 3.21-3.23.

Характеристики законов распределения

Таблица 3.9

№ рисунка	λ	X_{\min}	X_{\max}	k_a	k_ε
3.21	5	-4,4469	2,2672	-0,6613	0,4969
	10	-6,7074	1,5922	-1,5109	3,5249
	15	-8,3298	1,1531	-2,3375	8,7062
3.22	0,1	-3,2973	3,3879	0,0874	-0,3046
	0,5	-1,8204	4,1507	0,6516	-0,0657
	5	-3,6871	0,06731	-1,8887	2,8578
3.23	1	-1,5769	4,0065	0,7694	0,2326
	5	-2,1405	2,5557	0,0254	-0,7388
	10	-4,3998	1,1921	-1,3581	1,5223

Результаты, представленные на рис. 3.21-3.23 и в таблице 3.9, показывают возможность генерирования ПСП с заданным видом корреляционной функции и законом распределения отличным от нормального. Дальнейшее направление исследований заключается в выборе функций нелинейного преобразования и оценке полученных результатов.

3.8. Генерирование неэквидистантных временных рядов

Генерирование неэквидистантных временных рядов основано на «прореживании» регулярного ($\Delta t_i = \text{const}$) временного ряда с учётом модели потока событий.

При этом выделим два случая:

- регулярный временной ряд и поток событий генерируются независимо;
- характеристики потока событий определяются характеристиками регулярного временного ряда.

В первом случае (см. рис. 1.21) на вход ключа поступает временной ряд, содержащий N отсчётов. На выходе ключа неэквидистантный временной ряд содержит лишь M отсчётов $x(t_i)$ в моменты времени, совпадающими с отсчётами потока событий t_i . При этом $M < N$.

Таким образом, генерируются неэквидистантные временные ряды в случае непреднамеренной нерегулярной дискретизации. Для генерирования регулярных временных рядов, а также потоков событий с заданными характеристиками необходимо воспользоваться результатами подразделов 3.1 и 2.3.

Случай, когда характеристики потока событий определяются характеристиками процесса (регулярного временного ряда) представлен на рис. 1.22.

Как следует из подраздела 1.7 к такому виду нерегулярной дискретизации приводит адаптивная, спорадическая дискретизация и адаптивная коммутация, которые и определяют алгоритм функционирования анализатора активности сигнала.

Неэквидистантные временные ряды используются как для определения их статистических характеристик, так и для проведения метрологического анализа результатов оценивания вероятностных характеристик с применением тех или иных аппаратно-программных средств.

На рис. 3.24 приведены результаты генерирования неэквидистантного временного ряда с $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}$, полученного в результате р-преобразования регулярного ряда со следующими параметрами: $\alpha = 1$, $\Delta\tau = 0,4$, $p = 0,3$, $N = 5000$.

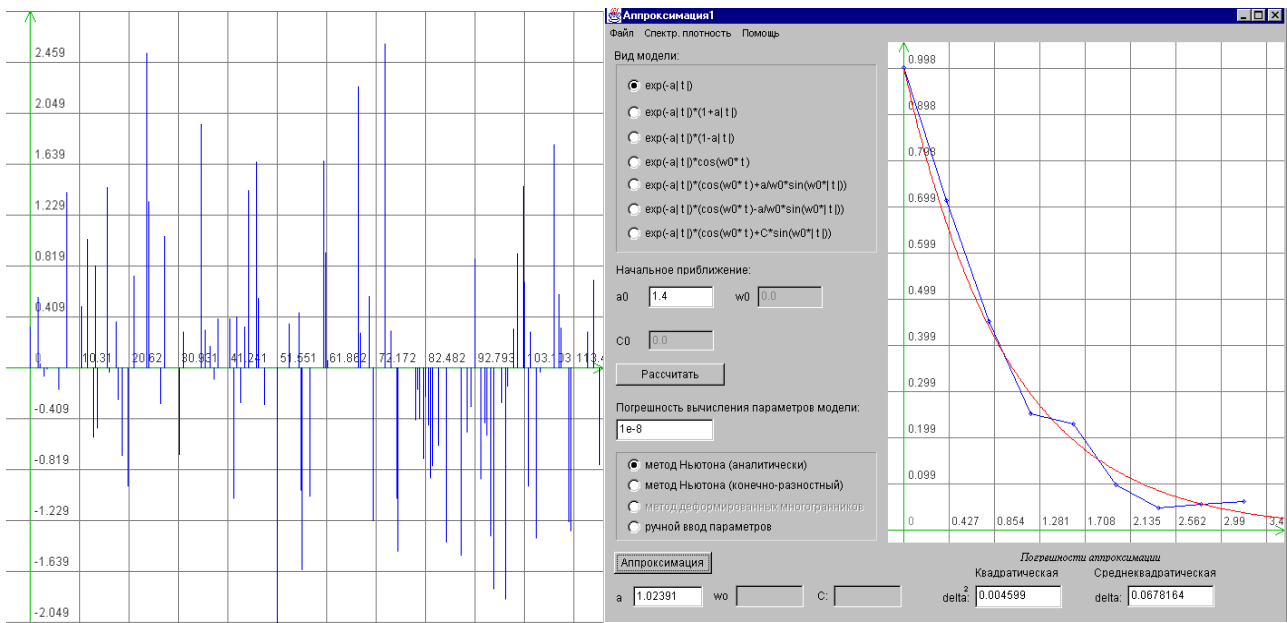


Рисунок 3.24. Результаты генерирования неэквидистантного временного ряда (р-преобразование)

На рис. 3.25 приведены результаты генерирования неэквидистантного временного ряда с $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \cos \omega_0 \tau$, полученного в результате р-преобразования регулярного ряда со следующими параметрами: $\alpha = 1$, $\omega_0 = 5$, $\Delta\tau = 0,082$, $p = 0,3$, $N=5000$.

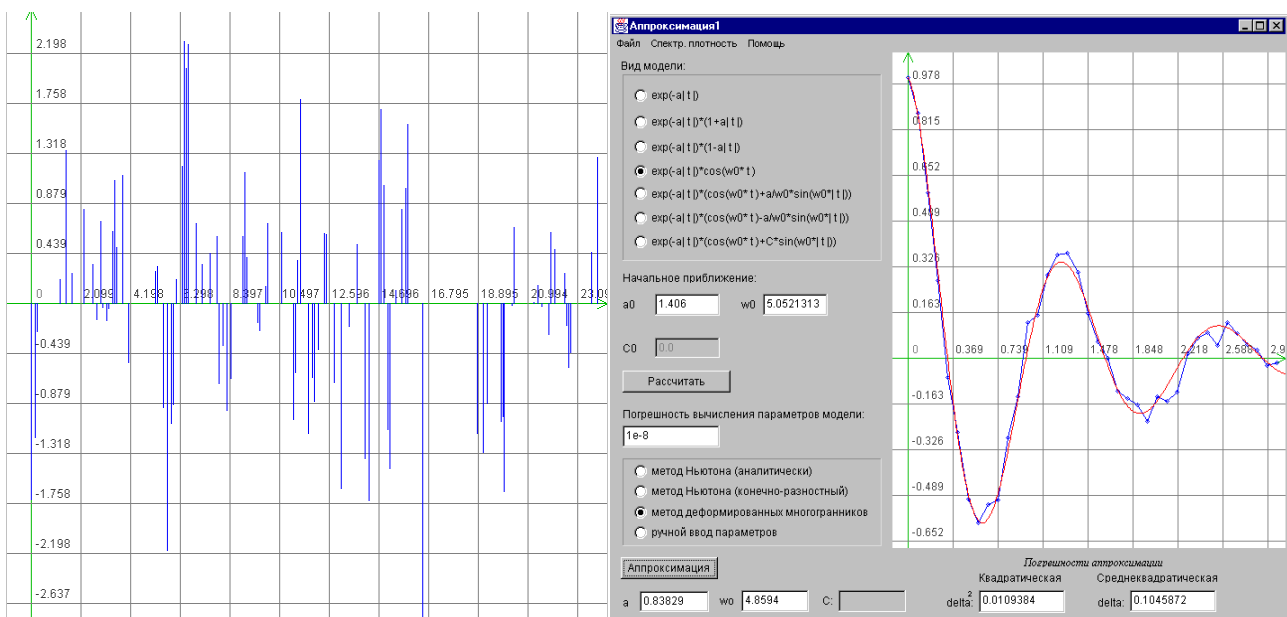


Рисунок 3.25. Результаты генерирования неэквидистантного временного ряда (р-преобразование)

На рис. 3.26 приведены результаты генерирования неэквидистантного временного ряда с $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}$, полученного в результате «дрожания» регулярного ряда со следующими параметрами: $\alpha = 1$, $\Delta\tau = 0,4$, $N = 5000$.

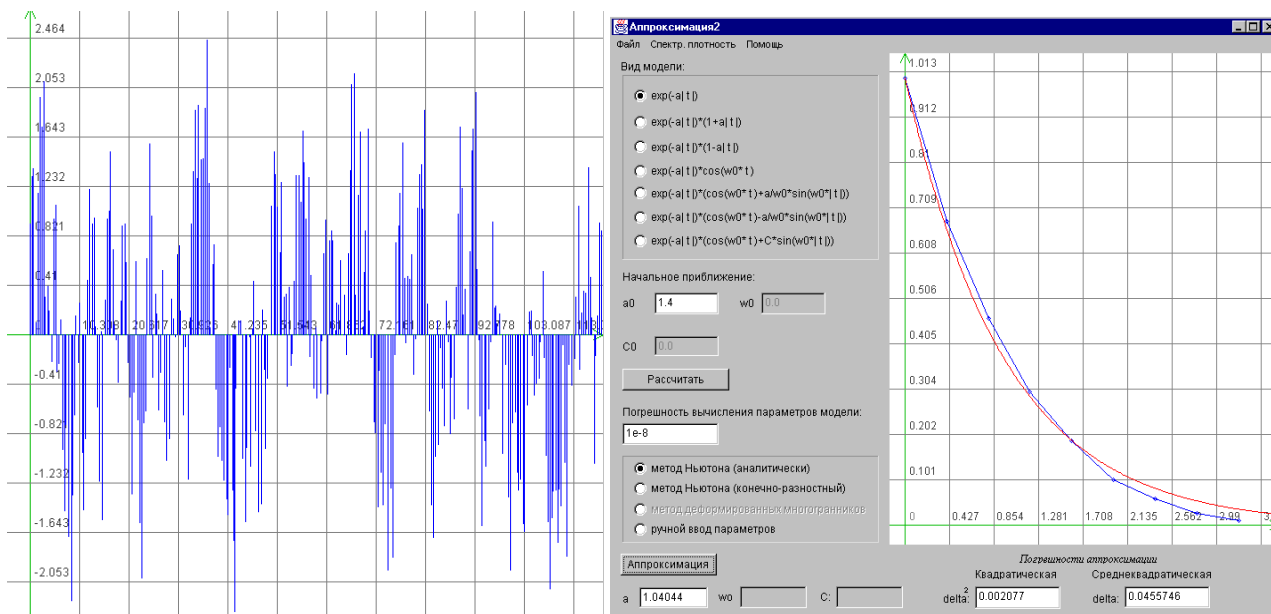


Рисунок 3.26. Результаты генерирования неэквидистантного временного ряда («дрожание»)

На рис.3.27 приведены результаты генерирования неэквидистантного временного ряда с $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \cos \omega_0\tau$, полученного в результате «дрожания» регулярного ряда со следующими параметрами: $\alpha = 1$, $\omega_0 = 5$, $\Delta\tau = 0,082$, $N = 5000$.

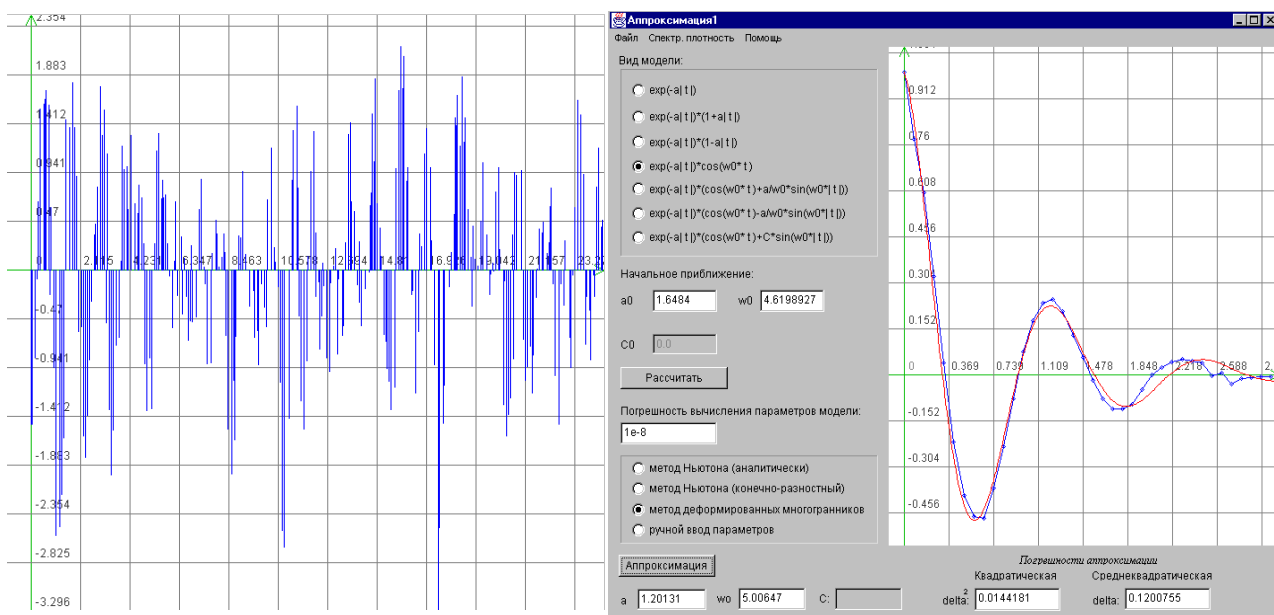


Рисунок 3.27. Результаты генерирования неэквидистантного временного ряда («дрожание»)

На рис. 3.28 приведены результаты генерирования неэквидистантного временного ряда с $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \cos \omega_0 \tau$, полученного в результате адаптивно-временной дискретизацией регулярного ряда со следующими параметрами: $\alpha = 1, \omega_0 = 5, \Delta\tau = 0,4, \gamma = 0,5, N=5000$.

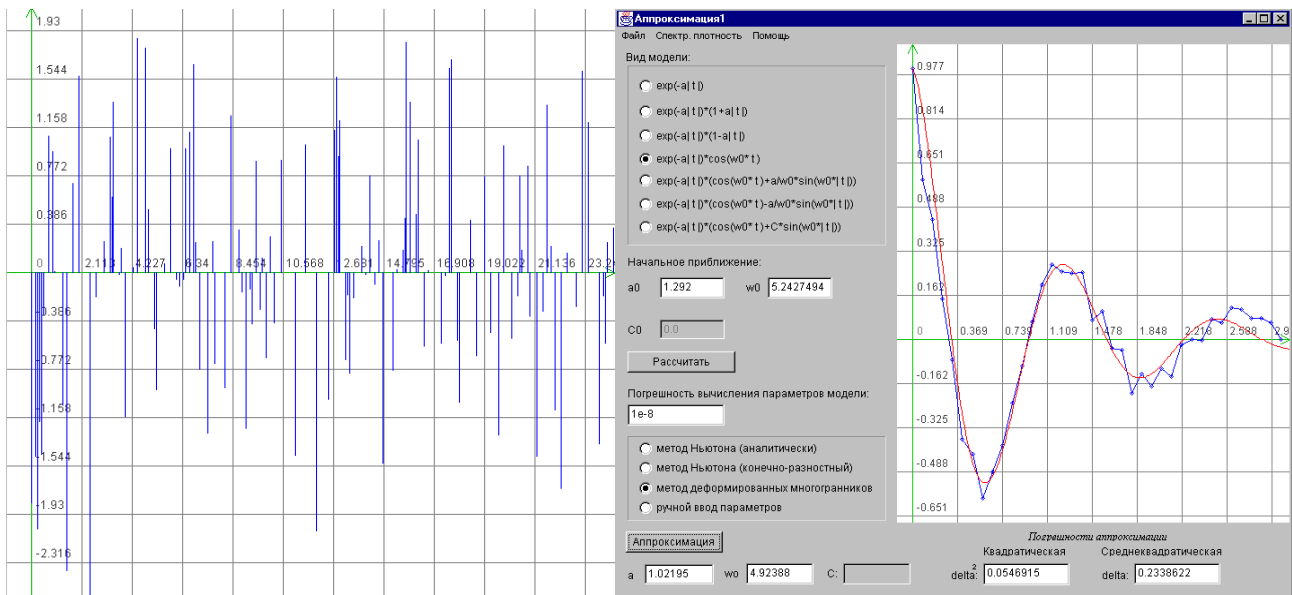


Рисунок 3.28. Результаты генерирования неэквидистантного временного ряда с адаптивно-временной дискретизацией

На рис. 3.29 приведены результаты генерирования неэквидистантного временного ряда с $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \cos \omega_0 \tau$, полученного в результате адаптивно-временной дискретизацией регулярного ряда со следующими параметрами: $\alpha = 1, \omega_0 = 5, \Delta\tau = 0,4, \gamma = 0,75, N=5000$.

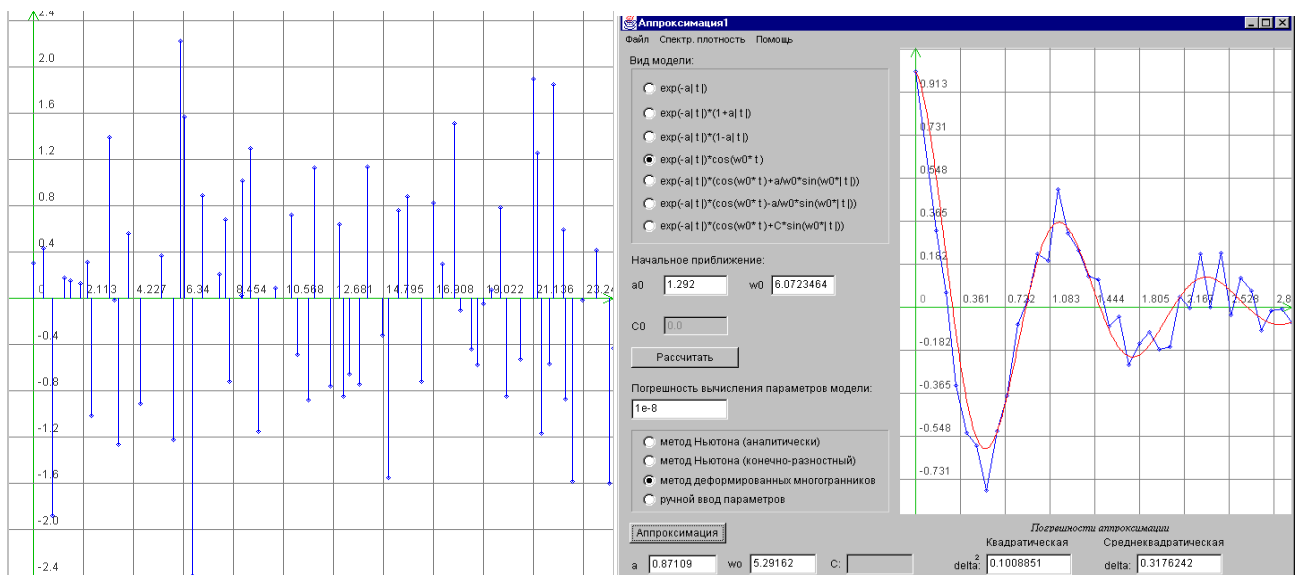


Рисунок 3.29. Результаты генерирования неэквидистантного временного ряда с адаптивно-временной дискретизацией

Аналогичным образом можно генерировать неэквидистантные временные ряды и для других моделей нерегулярной дискретизации.

4. АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ ДЛЯ АППРОКСИМАТИВНОГО КОРРЕЛЯЦИОННО-СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

4.1. Аппроксимативный анализ авто корреляционно-спектральных характеристик

Для моделирования и аппроксимативного корреляционно-спектрального анализа под руководством автора была разработана автоматизированная система [2, 28, 33, 38, 56], структурная схема которой представлена на рис. 4.1.

Автоматизированная система состоит из следующих подсистем:

- задания входных воздействий;
- генерирования неэквидистантных временных рядов (НВР);
- первичной и вторичной статистической обработки;
- идентификации КФ;
- аппроксимативного корреляционного анализа;
- аппроксимативного спектрального анализа.

Рассмотрим функции каждой подсистемы в отдельности.

Подсистема задания входных воздействий состоит из двух частей: генерирования псевдослучайной последовательности (ПСП) с заданным видом КФ и ввода данных из файла.

Данные, получаемые в первой подсистеме, поступают на вход подсистемы генерирования НВР, а также на вход подсистемы первичной статистической обработки. В обоих случаях передается объем выборки N , интервал дискретизации Δt_0 и массив отсчетов СП.

Подсистема генерирования НВР включает в себя следующие способы получения НВР: p -преобразование, адаптивно-временная дискретизация, дискретизация с «дрожанием» и их комбинации. На выход подсистемы поступают два массива: массив времен (меток времени) и массив соответствующих им отсчетов СП, - а также объем выборки N и интервал дискретизации Δt_0 .

Подсистема первичной статистической обработки включает в себя оценку числовых характеристик, центрирование и нормирование СП и оценку КФ. В данную подсистему передаются массивы меток времени и соответствующих им отсчетов СП, объем выборки N и интервал дискретизации Δt_0 . При регулярной дискретизации оценка КФ производится с помощью мультипликативного алгоритма, а при обработке НВР - с помощью интервальной корреляционной функции [38, 39]. Выходными данными данной подсистемы являются количество отсчетов КФ, интервал дискретизации Δt_0 и массив отсчетов КФ. Эти данные поступают на входы подсистем идентификации КФ и аппроксимации КФ.

Подсистема идентификации КФ состоит из двух частей: построения и анализа фазовых портретов и проверки качества идентификации. Данные в эту подсистему поступают из подсистемы первичной статистической обработки.

Используя переданные значения отсчетов КФ, в данной подсистеме производится построение фазового портрета данной КФ, а затем его последовательное сравнение с фазовыми портретами типовых КФ, используемых в системе. На основании результатов сравнения выбирается одна из типовых моделей КФ, при помощи которой в следующей подсистеме производится аппроксимация исходной КФ. Проверка качества идентификации производится на основании расчета квадратической погрешности фазового портрета.