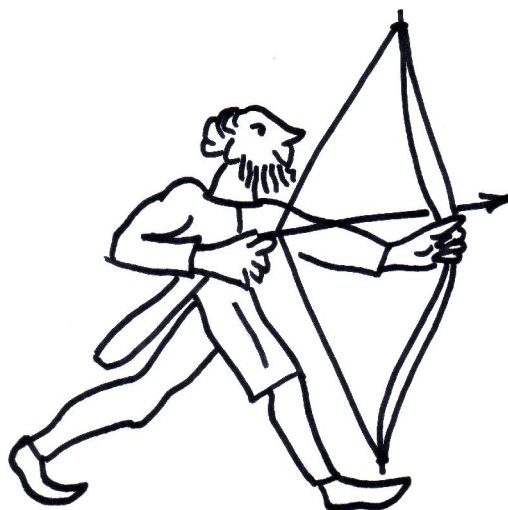


**А.В. Коробейников
Н.В. Митюков**

БАЛЛИСТИКА СТРЕЛ

по данным археологии



Ижевск 2007

Негосударственное образовательное учреждение
«Камский институт гуманитарных и инженерных технологий»

**А.В. Коробейников
Н.В. Митюков**

**БАЛЛИСТИКА СТРЕЛ
ПО ДАННЫМ АРХЕОЛОГИИ:
введение в проблемную область**

Ижевск 2007

УДК 902/904/623.561

К 68

ББК 63.400 + 63.48(2Рос.Удм)-425+К

Настоящее исследование выполнено в соответствии с тематикой “Историческая реконструкция параметров технических систем” (шифр “СТРЕЛА”, Государственный регистрационный № 01.2006–14646, код ВНИИЦ 024000230–0388).

Рецензенты:

А.В. КОРОТАЕВ, доктор философии, доктор исторических наук, профессор, директор Центра антропологии Востока Российского государственного гуманитарного университета, ведущий научный сотрудник Центра цивилизационных и региональных исследований и Института востоковедения РАН

А.Э. ПУШКАРЕВ, доктор технических наук, профессор кафедры теоретической механики, теории механизмов и машин Ижевского государственного технического университета

Коробейников А.В., Митюков Н.В.

К 68 Баллистика стрел по данным археологии: введение в проблемную область. – Ижевск: Изд-во НОУ КИТ, 2007. – 140 с.

ISBN 978-5-902352-20-4

Книга очерчивает круг проблем в области исторической баллистики стрел, описывает алгоритмы исследовательских задач в этой области и знакомит читателя с некоторыми результатами, которые иллюстрируют возможности междисциплинарного подхода.

Ключевые слова: археология; методология археологии; реконструкция (ист); моделирование историческое; имитационное моделирование; памятники археологические; городища; краеведение; баллистика; военная история, моделирование боевых действий.

УДК 902/904/623.561

К 68

ББК 63.400 + 63.48(2Рос.Удм)-425+К

ISBN 978-5-902352-20-4

© А.В. Коробейников, Н.В. Митюков, 2007
© НОУ «Камский институт гуманитарных и инженерных технологий», 2007

2. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ПО АЭРОБАЛЛИСТИЧЕСКОЙ ПРОБЛЕМАТИКЕ

2.1. Основная задача внешней баллистики стрелы

Уже более ста лет специалисты формулируют основную задачу внешней баллистики следующим образом: изучение движения снаряда под действием сил и моментов. Применительно к стреле, из определяющих ее движение сил и моментов остаются силы тяжести и аэродинамическая. Разумеется, решение этой задачи аналитическими (и экспериментальными) методами представляет собой моделирование: мы абстрагируемся от многих параметров снаряда и учитываем лишь те из них, которые оказывают влияние на достижение технического результата, под которым подразумевается попадание в цель и ее поражение. Аналитический метод исследования предполагает расчленение объекта изучения на элементы. Иными словами, мы должны построить систему формул (уравнений), которая описывает движение снаряда с достаточной точностью. Изученные нами труды по баллистике, изданные на протяжении последних семидесяти лет (например: [Шапиро], [Вентцель], [Окунев], [Чернозубов], [Дмитриевский]), содержат весьма обширный математический аппарат и, на взгляд гуманитария, который не знаком с высшей математикой, могут показаться “китайской грамотой”. С другой стороны, для практического баллистика, инженера или криминалиста, любые наши тезисы, не подкрепленные обращениями к точным наукам, будут декларативными. Поэтому мы вынуждены в предельно сжатой форме указать основные принципы исследования баллистики снаряда с привлечением математики.

Итак, на снаряд, который не имеет двигателя и летит по инерции (например, на стрелу), в полете действуют две силы: сила тяжести mg и аэродинамическая сила R . Траектория полета представляет собой параболу, и лишь сравнительно короткие участки ее могут быть приняты за прямые. При отсутствии боковых сил (например, бокового ветра), эти силы проецируются на плоскость стрельбы, и их действие показано схематически на рис. 2.1.

Угол между продольной осью стрелы и плоскостью горизонта принято называть углом тангажа θ^1 . В общем случае продольная ось снаряда (а в нашем примере продольная ось стрелы) не совпадает с направлением век-

¹ Понятно, что стрела получает от тетивы импульс, вектор которого совпадает с продольной осью снаряда, то есть для точки, с которой производится выстрел, угол тангажа θ совпадает с углом наклона оси стрелы к стартовому горизонту; начальный угол тангажа обычно равен углу бросания.

тора скорости v . Тогда между продольной осью и вектором скорости образуется угол, который принято называть углом атаки α . Аэродинамическая сила обычно направлена в сторону, противоположную движению. При этом принято выделять две ее проекции: на ось симметрии летательного аппарата – ось x и перпендикулярную ей – ось y (по ГОСТ 20058-80 эти проекции называются соответственно X – “продольная аэродинамическая сила” и Y – “нормальная аэродинамическая сила”). Но аэродинамическая сила также дает проекции и на вектор скорости. В этом случае по тому же стандарту проекции получили названия X_a “сила лобового сопротивления” и Y_a “аэродинамическая подъемная сила”. В большинстве задач, которые приходится решать в механике полета, ее можно свести в материальную точку, то есть пренебречь всеми размерами, и в этом случае наибольшее значение приобретают не проекции X и Y , а X_a и Y_a . Кроме того, в первом приближении действием аэродинамической подъемной силы можно пренебречь². Таким образом, при движении стрелы как материальной точки, в соответствии с законом Ньютона, произведение массы тела на сообщенное ускорение равняется сумме всех действующих на него сил. А ускорение – это производная скорости по времени $\frac{dv}{dt}$.

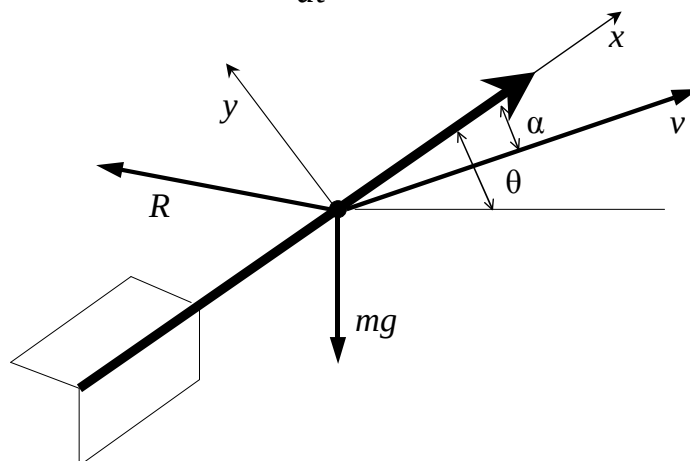


Рис. 2.1. Силы, действующие на стрелу в полете

Тогда проекцию сил на вектор скорости можно представить в виде:

$$m \frac{dv}{dt} = -X_a - mg \sin \theta .$$

² Строго говоря, аэродинамическая подъемная сила все-таки действует на стрелу, заставляя ее планировать. Но это, как правило, имеет место при полете на максимальную дальность. Физика данного процесса очень хорошо, применительно к спортивному копью, описана в книге В.Н. Тутевича [Тутевич]. В данной же работе рассматриваются лишь прицельная стрельба и, следовательно, настильные траектории, на которых работа аэродинамической подъемной силы сравнительно мала.

Произведем упрощающую подстановку и перенесем массу в правую часть формулы. Получаем первое уравнение движения стрелы:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{X_a}{m} - g \sin \theta.$$

Проекция на ось перпендикулярную (нормальную) вектору скорости даст выражение для нормального ускорения $\frac{v^2}{r}$:

$$m \frac{v^2}{r} = -mg \cos \theta.$$

Величина, обратная радиусу траектории, является ее кривизной k , которую, в свою очередь, можно выразить через отношение:

$$\frac{1}{r} = k = \frac{d\theta}{dS},$$

где S – длина участка кривой. Но поскольку длина участка кривой выражается через скорость, то можно записать: $dS = v dt$, откуда проекция уравнения движения примет вид:

$$mv^2 \frac{d\theta}{v dt} = -mg \cos \theta \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = -\frac{g}{v} \cos \theta.$$

Для замыкания системы уравнений необходимо привести выражения для вычисления перемещения в неподвижной относительно земли системе координат (по ГОСТ 20058-80 называемой “стартовой”), по высоте траектории h и дальности полета L :

$$\frac{dL}{dt} = v \cos \theta \text{ и } \frac{dh}{dt} = v \sin \theta.$$

Таким образом, система из четырех уравнений и составляет общее уравнение движения стрелы в плоской системе координат:

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = -\frac{X_a}{m} - g \sin \theta \\ \frac{d\theta}{dt} = -\frac{g}{v} \cos \theta \\ \frac{dL}{dt} = v \cos \theta \\ \frac{dh}{dt} = v \sin \theta \end{cases}$$

2.2. Обязательные допущения внешней баллистики

Как было указано выше, внешняя баллистика изучает систему, которую образуют три элемента: снаряд, земля и атмосфера. Для этой науки традиционными являются некоторые допущения.

1. Ранее, при проецировании сил мы пренебрегли размерами стрелы и свели ее к материальной точке, как это принято в механике Ньютона. Тем самым мы ввели первое допущение: *стрела рассматривается как материальная точка, совпадающая с центром ее масс.*

2. Как известно, Земля имеет форму сфероида, отсюда конечные участки земной поверхности должны иметь некоторую кривизну. В первом приближении можно предположить следующую модель: полет стрелы рассматривается в стартовой системе координат (отсчет координаты L и h ведется от точки старта в прямоугольной или декартовой системе координат). При этом начало системы координат находится на поверхности Земли, а значит ось дальности проходит по касательной к ней. Отсюда в точке падения (в точке с нулевой высотой в стартовой системе координат) на самом деле будет иметься некоторое расстояние до реальной поверхности Земли. Попытаемся оценить, насколько стрела “перелетает” по сравнению с дальностью в стартовой системе координат.

Во внешней баллистике для оценки подобного эффекта существует баллистическая поправка на кривизну Земли, определяемая по формуле:

$$\Delta L = \frac{L^2}{2R_3} \operatorname{ctg} \theta_k,$$

где R_3 – радиус Земли (6371 110 м); L – полная дальность стрельбы в стартовой системе координат; θ_k – конечный угол тангажа (угол падения в стартовой системе координат).

Попытаемся оценить влияние этой поправки при стрельбе, например, на дальность 200 м, при условии, что угол $\theta_k = 45^\circ$:

$$\Delta L = \frac{200^2}{2 \cdot 6371110} \operatorname{ctg} 45^\circ = 0,003 \text{ м.}$$

Таким образом, увеличение дальности из-за кривизны Земли составляет всего 0,002 %, и это при том, что была взята поистине гигантская дальность и просто мизерный для такой дальности угол падения. Поэтому *поверхность земли считается плоской, совпадающей с плоскостью горизонта в точке бросания.*

3. Несмотря на то, что Землю можно считать плоской, можно ли поле тяготения Земли принять плоскопараллельным? В этом случае кроме параллельности векторов ускорений свободного падения $\vec{g}$ в двух произвольно выбранных точках требуется и его равенство. Но с удалением от поверхности Земли $\vec{g}$ уменьшается, причем степень этого уменьшения можно оценить по зависимости:

$$g = g_0 \left(\frac{R_3}{R_3 + h} \right)^2,$$

где g_0 – ускорение свободного падения на поверхности Земли; h – высота полета, м.

Попытаемся оценить влияние этого фактора. Предположим, что высота полета стрелы равна одному километру. В этом случае снижение гравитационной силы составит 0,031%. Стрелы летят по траектории, высота которой теоретически и практически не превышает десятков метров. Таким образом, применительно к стрелам, фактором снижения гравитации можно пренебречь. Поэтому *ускорение свободного падения g считается постоянным по величине и направленным перпендикулярно к плоскости горизонта.*

4. Земля вращается, совершая один оборот в течение суток. Таким образом, все находящиеся на Земле предметы совершают вращательное движение вместе с ней. Но при прямолинейном движении во вращающейся системе возникает ускорение и сила Кориолиса. Следствие этой силы проявляется, например, в законе Бэра (у рек в северном полушарии подмывается правый берег, а в южном – левый), а также в том, что пассаты, дующие из тропиков к экватору, отклоняются к западу.

Ускорение Кориолиса определяется по известной из школьной физики зависимости:

$$a = 2v\omega \sin(\vec{v} \vec{\omega}),$$

где ω – угловая скорость вращения Земли ($7,2912 \cdot 10^{-5}$ рад/с), $(\vec{v} \vec{\omega})$ – угол между векторами скоростей.

Для оценки этого фактора примем самый неблагоприятный случай, когда скорость стрелы равна 100 м/с, а векторы скорости стрелы и угловой скорости Земли перпендикулярны (то есть стрела летит вдоль меридиана). В этом случае ускорение Кориолиса получается равным $0,0146 \text{ м/с}^2$, что составляет примерно 0,15% от величины ускорения свободного падения для стрелы. Как видно, этот фактор совершенно ничтожен, а потому в баллистических расчетах стрел *Земля считается неподвижной, ускорение Кориолиса отсутствует.*

5. Поскольку теоретический расчет плотности среды (воздуха) как функции от высоты полета снаряда h затруднен (высота полета пушечного снаряда или ракеты сильно меняется вследствие параболичности траектории особенно при навесной стрельбе), для ее определения существует несколько эмпирических подходов. Все они были сформулированы в результате обобщения замеров, произведенных для атмосферы в разное время года, на разных широтах. В СССР и России наиболее встречаются следующие зависимости, подходящие для высот до 5–10 км:

Формула Ветчинкина: $\rho = \frac{20\,000 - h}{20\,000 + h}.$

Нормальная артиллерийская атмосфера: $\rho = (1 - 0,0000219h)^{4,4}.$

Стандартная атмосфера 1964 г. (ГОСТ 4401-64): $\rho = (1 - 0,0000226h)^{4,247}.$

Стандартная атмосфера 1981 г. (ГОСТ 4401-81): $\rho = (1 - 0,00002256 h)^{4,256}$.

Обратившись к приведенным формулам, увидим, что если принять плотность воздуха на уровне моря за единицу, то на высоте 200 м этот показатель уменьшается до 0,98. Подобная картина наблюдается и для других параметров атмосферы (давление, температура и т.д.). Иными словами, двухпроцентным разбросом значений параметров атмосферы в интервале высот до двухсот метров можно пренебречь, и, следовательно, для баллистики стрел полагаем ввести еще одно допущение: *параметры атмосферы являются неизменными на всей траектории полета стрелы.*

Таким образом, в течение полета параметры окружающей среды можно принять постоянными. Но если речь идет о стрельбах, совершенных в разное время и в разном месте, как будут соотноситься их параметры между собой?

Влияние высоты и широты запуска. Приведенная выше формула по снижению g от высоты полета также подойдет и для описания изменения g от высоты над уровнем моря. А, кроме того, из-за сплюснутости Земли³, ускорение свободного падения на полюсах будет больше, чем на экваторе. Данный фактор рассчитывается с помощью формулы Клеро:

$$g = 9,78034 + 0,0516403 \sin^2 \varphi,$$

где φ – географическая широта точки выстрела. Отсюда если $\varphi = 90^\circ$, то $g = 9,83198 \text{ м/с}^2$ (на полюсе), а если $\varphi = 0^\circ$, то $g = 9,78034 \text{ м/с}^2$ (на экваторе).

Поэтому, если сравнить значения g , например, для Мурманска и для Мехико, то разница составит 4% ($9,82 \text{ м/с}^2$ против $9,78 \text{ м/с}^2$). В то время как разница в плотности воздуха – 20%! Поэтому при стрельбе из одного и того же лука одной и той же стрелой дальность изменится вследствие:

- сообщения стреле большей начальной скорости, ввиду снижения ее массы (при условии, что упругость лука изменилась мало);
- полета стрелы на большую дальность, из-за уменьшения гравитационной и аэродинамической сил.

Расчеты, произведенные в СССР перед олимпиадой в Мехико, показали, что, например, копьё, запущенное в Мурманске на 81,09 м, при тех же самых условиях пуска улетит в Мехико на 82,77 м [Тутевич].

Влияние изменения плотности воздуха. Еще одним фактором, существенно влияющим на траекторию стрелы, является изменение плотности воздуха. Для его оценки используется метод определения вариации плотности $\delta\rho$, предложенный Ю.Г. Сихарулидзе [Сихарулидзе]:

$$\delta\rho = \frac{\rho - \rho_{\text{CA}}}{\rho_{\text{CA}}},$$

³ Сфероид – одноосный эллипсоид или эллипсоид вращения. Реальная форма Земли представляет собой трехосный эллипсоид, который в литературе принято называть геоидом.

где $\rho_{\text{сА}}$ – плотность по стандартной атмосфере, ρ – действительная плотность окружающей среды.

Всего Ю.Г. Сихарулидзе выделил три основных слагаемых вариации плотности: *сезонно-широтную* (зависит от высоты и широты места пуска, а также от месяца); *суточную* (зависит от изменения интенсивности солнечного нагрева днем и ночью, а также от лунных приливов и отливов в атмосфере) и *случайную* (зависит от солнечной активности, геомагнитных процессов и прочих трудноучитываемых случайных факторов).

Поэтому для определения максимального влияния состояния реальной атмосферы, рекомендуется проводить два баллистических расчета: с максимально благоприятным сочетанием факторов (плотность минимальная – июнь, день, лунный отлив и т.д.), и с максимально неблагоприятным (плотность максимальная – январь, ночь, лунный прилив и т.д.). Так, например, по данным Сихарулидзе, максимальное значение случайной составляющей вариации плотности может достигать $\pm 0,8\%$.

Ветровое воздействие также может быть оценено по методике Сихарулидзе, выделившего две проекции скорости ветра – меридиональную W_m (по меридиану) и зональную W_z (по параллели). В этом случае полная скорость ветра определится по теореме Пифагора: $W = \sqrt{W_m^2 + W_z^2}$, а направление – через арктангенс соотношения проекций.

Сихарулидзе выделяет три составляющие скорости ветра: сезонно-широтную, суточную и случайную. Что интересно, сезонно-широтная составляющая, определяемая сезонными ветрами и вращением Земли вокруг собственной оси, присутствует лишь у меридиональной проекции, а у зональной равна нулю.

Порядок определения степени ветрового воздействия на стрелу следующий. Задаются максимально благоприятная (попутная) и максимально неблагоприятная (встречная) скорости, при которых и проводят баллистический расчет. Пример расчета ветрового воздействия приводится в упомянутой работе Тутевича. Так, если при отсутствии ветра копье летит на 81,17 м, то при встречном ветре в 5 м/с – на 79,59 м, а при попутном в 5 м/с – на 83,58 м, т.е. прирост дальности составляет в среднем 0,24 м на каждый м/с скорости ветра.

Все сказанное позволяет сформулировать последнее допущение. *Параметры окружающей среды принимаем равными параметрам стандартной атмосферы, при необходимости расчета экстремальных траекторий вводим поправки на изменение ускорения свободного падения, изменение плотности воздуха и на ветер.*

2.3. Величина силы лобового сопротивления

Для подстановки в систему баллистических формул аэродинамической силы необходимо знать величину силы лобового сопротивления:

$$R_a = c_x \rho \frac{v^2}{2} S_m,$$

где c_x – коэффициент лобового сопротивления; ρ – плотность среды (международная стандартная атмосфера определяется из значения $0,00125 \text{ г/см}^3$, а технические справочники дают значение $0,00121 \text{ г/см}^3$); S_m – площадь мишеня (наибольшего сечения) снаряда.

Откуда появилась эта формула?

В начале XVIII в. И.Ньютон установил, что сила лобового сопротивления тела пропорциональна площади его сечения и квадрату скорости движения. Однако такое заключение было получено в результате опытов, в ходе которых с высоты восьмидесяти метров сбрасывались тела, форма которых была близка к очертаниям пушечных снарядов того времени, то есть сферических ядер. Кроме того, скорость в данных опытах ограничивалась величиной, обусловленной ускорением свободного падения, не превышая 40 м/с^4 .

Впоследствии было установлено, что сопротивление воздуха пропорционально квадрату скорости только для небольших скоростей⁵. Но так ли это?

В XIX в. были проведены многочисленные опыты с пушечными снарядами (ядрами): после выстрела снаряд ударялся в мишень, подвешенную на рычаге (так называемый баллистический маятник), и по степени отклонения мишени от вертикали исследователи судили о величине энергии снаряда. Устанавливая баллистический маятник на разных участках траектории, баллистики получали данные о том, в какой степени энергия снаряда убывает по мере удаления от точки выстрела вследствие торможения о воздух. Но и здесь опыты ограничивались прикладными задачами баллистического расчета снарядов шарообразной формы, которые летели со скоростями порядка десятков метров в секунду. При переходе к нарезной и казнозарядной артиллерии скорости снарядов резко увеличились и баллистики быстро установили, что тела, которые имеют разную форму и отличаются размерами, могут иметь одинаковое лобовое сопротивление. И наоборот, тела равного размера (например, снаряды одного калибра, но с разной степенью заострения) по-иному преодолевают сопротивление воздушной среды. Поэтому возникла необходимость оценивать степень обтекаемости снаряда – коэффициент c_x . В 60-х гг. XIX в. во многих странах были проведены опыты по определению значения c_x для снарядов различной формы, движущихся с различными скоростями.

В 1869 г. русский ученый Н.В. Майевский проводил опыты со снарядами длиной в 2 калибра, с головными частями длиной от 0,9 до 1,1 калибра при скоростях от 172 до 409 м/с. Им были получены данные, аппроксимированные в виде кусочно-линейной функции, которая имеет следующий вид:

⁴ Скорость свободнопадающего тела (при отсутствии сопротивления воздуха) можно рассчитать по формуле $v = \sqrt{2gh}$, при $h = 80 \text{ м}$, искомая скорость $v = 40 \text{ м/с}$.

⁵ Исследователи середины прошлого века указывали предел в 250 м/с [Шапиро, С. 21].

$$c_x = \begin{cases} 0,224 & v < 240 \\ 9,328 \cdot 10^{-4} v & 240 \leq v < 295 \\ 1,072 \cdot 10^{-8} v^3 & 295 \leq v < 375 \\ 1,504 \cdot 10^{-4} v & 375 \leq v < 419 \\ 0,6304 & 419 \leq v < 550 \\ 4,1853 v^{-0,3} & 550 \leq v < 800 \\ 11,408 v^{-0,45} & v \geq 800 \end{cases}$$

В 1896 г. выдающийся итальянский баллистик и механик Франческо Сиаччи (Siacci) объединил баллистические опыты Башфорта, проводившиеся в Англии в 1866–70 гг., Хойеля, в Голландии в 1884 г., Круппа, полученные на германском полигоне в Меппене в 1879–96 гг. (данные по этим опытам приведены в табл. 2.1) и Майевского.

Таблица 2.1. Данные, обобщенные Сиаччи

Экспериментатор	Длина снаряда, калибров	Длина головной части, калибров	Диапазон изменения скоростей, м/с	Калибр снарядов, мм
Башфорт (Bashfort)	2,54	1,12	230...520	7,6...229
Хойель (Hojel)	2,5...4	1,3	138...660	80...400
Крупп (Krupp)	2,8...4	1,3	150...910	–

В результате Сиаччи предложил собственную эмпирическую формулу. При этом результаты Круппа и Хойеля он поделил на 0,896, поскольку эти эксперименты проводились со снарядами более острой формы. Этот же коэффициент сохраняется при переходе от закона Майевского к закону Сиаччи. В соответствии с этой формулой коэффициент лобового сопротивления снаряда

$$c_x = \frac{0,2002v - 48,05 + \sqrt{(0,1648v - 47,95)^2 + 9,6} + \frac{0,0442v(v - 300)}{371 + \left(\frac{v}{200}\right)^{10}}}{0,000474v^2}.$$

Таким образом, выражение Сиаччи относится к группе пушечных снарядов различных калибров и различной формы. Однако нижний предел скорости обобщенной им экспериментальной базы данных (138...150 м/с; см. табл. 2.1) находится вне области значений, которые актуальны для стрел.

Научно-исследовательским органом французской морской артиллерии – Гаврской комиссией, в 1873 г. был организован ряд опытов с продолговатыми снарядами. Снаряды выбирались разного калибра, они имели головную часть различной формы, а их хвостовая часть была цилиндрической. В ре-

зультате был получен закон сопротивления, для которого исследователь Демог (Demogue) подобрал эмпирическое выражение:

$$c_x = \frac{8}{\pi} \left(0,255 + \frac{\sqrt[4]{1 + 0,0392 \left(\frac{v_1}{10} \right)^3}}{27266 + 494v_1^2} \operatorname{arctg} v_1 \right),$$

где $v_1 = \frac{v - 330}{50}$, а arctg выражается в минутах.

При небольших значениях закон Демога имеет локальный минимум, который отсутствует на опытных данных, поэтому считается, что его можно применять лишь при скоростях, больших 200 м/с.

В 1921–23 гг. Дюпюи (Dupuis) проводил опыты со 140-мм снарядами различной формы, как с цилиндрической хвостовой частью, так и с конической. На основании этих опытов Гарнье (Garnier) получил эмпирическое выражение, известное как закон Гарнье-Дюпюи. Позднее он был введен в СССР как закон сопротивления 1930 г.

С началом Второй мировой войны резко повысилась дальность снарядов, появились новые экспериментальные данные, из-за чего закон 1930 г. стал плохо применим к снарядам, стоявшим на вооружении. Тогда в нашей стране был принят для расчетов закон сопротивления 1943 г. Весь диапазон скоростей был разделен на несколько сотен участков, внутри которых коэффициент c_x аппроксимировался параболой. Запись закона 1943 г. имеет форму [Коновалов]:

$$c_x = \begin{cases} 0,157 & M < 0,73 \\ 0,033 \cdot M + 0,133 & 0,73 \leq M < 0,82 \\ 0,161 + 3,9(M - 0,823)^2 & 0,82 \leq M < 0,91 \\ 1,5 \cdot M - 1,176 & 0,91 \leq M < 1,00 \\ 0,384 - 1,6(M - 1,176)^2 & 1,00 \leq M < 1,18 \\ 0,384 \sin \frac{1,85}{M} & 1,18 \leq M < 1,62 \\ \frac{0,29}{M} + 0,172 & 1,62 \leq M < 3,06 \\ 0,316 - 0,016 \cdot M & 3,06 \leq M < 3,53 \\ 0,259 & M \geq 3,53 \end{cases}.$$

И, наконец, после Второй мировой войны по мере внедрения реактивных систем залпового огня (РСЗО), противотанковых управляемых реактивных снарядов (ПТУРС) и т.д. встала необходимость подкорректировать закон

сопротивления в соответствии с новыми реалиями. Был принят закон сопротивления 1956 г.⁶ После критического анализа существующих форм записи, авторы остановились на следующей:

$$c_x = \begin{cases} 0,308 & M < 0,61 \\ 0,505(M - 0,61)^{2,31} + 0,308 & 0,61 \leq M < 1,00 \\ 0,4485(M - 1)^{0,505} \exp(-5,68(M - 1)) + 0,551 & 1,00 \leq M < 1,40 \\ \frac{M}{0,356 \cdot M^2 + 2,237 \cdot M - 1,4} & 1,40 \leq M < 4,00 \\ 0,302 & M \geq 4,00 \end{cases}$$

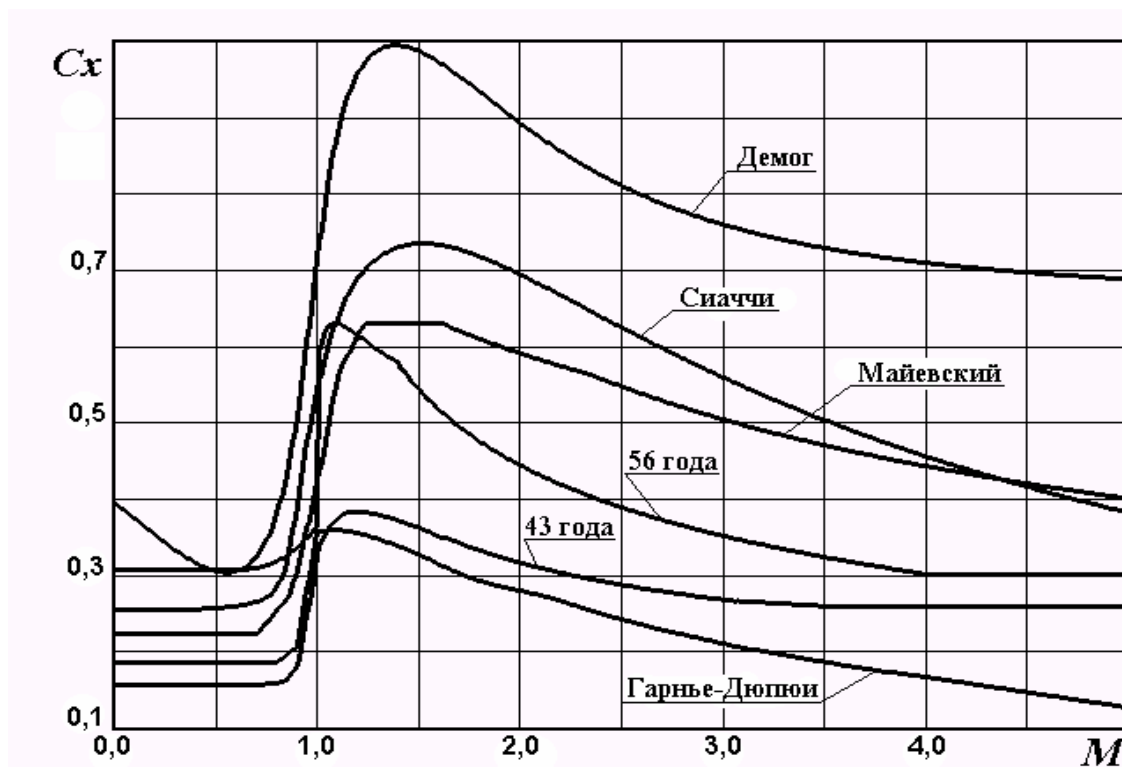


Рис. 2.2. Основные законы сопротивления

Сравнительные значения основных законов сопротивления, рассчитанные по вышеприведенным формулам, представлены на рис. 2.2.

Таким образом, законы сопротивления воздуха, рассмотренные в исторической ретроспективе и в ассортименте, позволяют сделать заключение о том, что для снарядов различной формы коэффициент лобового сопротивления c_x является возрастающей функцией скорости, но в области скоростей приблизительно до $0,7 M$ (≈ 200 м/сек) определяется из предположения о его постоянстве, а его абсолютное значение находится в интервале от $0,05$ (закон

⁶ На рис. 2.2 видно, что данный закон представляет собой попытку усреднения экстремальных зависимостей, выявленных ранее.

Гарнье-Дюпюи) до 0,4 (закон Демого). Абсолютный пик коэффициента сопротивления приходится на область “звукового барьера”.

Значит ли это, что величина лобового сопротивления всякого снаряда, который летит с дозвуковой скоростью, прямо пропорциональна квадрату его скорости? И вообще, в какой степени законы аэродинамики, выведенные для артиллерийских снарядов огнестрельной артиллерии, могут быть применимы и к исследованию внешней баллистики сравнительно медленно летящих металлических снарядов столь специфичной формы, как стрела? Вспомним, что все исследования, о которых шла речь выше, проводились исключительно в интересах военного ведомства той или иной страны. Изучению подвергались снаряды, рассчитанные на пробитие брони, либо на заглубление в грунт для производства фугасного действия. Иными словами, для снаряда ствольной артиллерии скорость является важнейшим фактором, который влияет на величину дульной энергии, а значит, на достижение технического результата, и развитие ствольной артиллерии долгое время происходило в направлении повышения скорости снаряда. Но на каком участке своего движения пушечный снаряд имеет дозвуковую скорость? В результате исследований внутренней баллистики стало известно, что скорость движения снаряда огнестрельного оружия на разных участках ствола может быть отражена графически в виде параболы, отражающей зависимость от давления пороховых газов в данной точке. Однако формулы для расчета кривых давлений и скорости снаряда в канале ствола, хотя и оперируют диапазоном скоростей от нулевого значения, но не принимают во внимание лобового сопротивления снаряда до его вылета из ствола. Кроме того, скорость снаряда в канале ствола может представлять интерес для конструктора оружия, но практическое значение для стрелка имеет лишь дульная скорость. Известно, что максимальной скорости снаряд достигает после выхода из ствола оружия, когда на него воздействуют газы, вытекающие из канала ствола. Также известно, что для пушечных снарядов величина дульной скорости в несколько раз превышает скорость звука. В свою очередь, и для поражения цели (пробития брони или бетона, заглубления в грунт и т.п.) современный пушечный снаряд имеет в точке падения скорость, как правило, не менее скорости звука. Иными словами, область скоростей до 0,3 М (≈ 100 м/с), которая актуальна для стрел, не является актуальной и значимой для баллистики пушечных снарядов. Значит, теоретически, авторы приводимых графиков могли в дозвуковой области строить зависимость достаточно произвольно – ведь она не влияла на результаты стрельбы. У исследователей не было и нужды моделировать полет снаряда на малых скоростях, меньше 0,5...0,6 М путем обдува в аэродинамической трубе. То есть степень достоверности всего множества графиков приводимых на рис. 2.2, в части абсолютных значений коэффициента лобового сопротивления c_x для дозвуковых скоростей может быть поставлена под сомнение. Ясно лишь одно: на малых скоростях этот параметр постоянен. Так все-таки какое значение c_x может быть принято для стрел?

Обратимся к курсу “Теория автомобиля”. Здесь принято рассчитывать силу аэродинамического сопротивления P как произведение проекции автомобиля на плоскость, перпендикулярную его продольной оси F , коэффициента сопротивления воздуха K и квадрата скорости:

$$P = K F V^2.$$

При этом для грузовых машин площадь определяется как произведение колеи и наибольшей высоты автомобиля, а для легковых как 0,78 произведения наибольшей ширины и высоты автомобиля. Нетрудно убедиться, что коэффициент сопротивления воздуха в соответствии с ранее полученными зависимостями определится как:

$$K = \frac{c_x P}{2}.$$

А значения его принимаются постоянными для данного автомобиля, не зависящими от каких-либо факторов, кроме конструктивных особенностей: ЗАЗ-968 – 0,373; ВАЗ-2106 – 0,314; Иж-2715 – 0,363; ГАЗ-53А – 0,589; ЗИЛ-130 – 0,775 [Умняшкин]. Но опять, будет ли это убедительным доказательством постоянства коэффициента аэродинамического сопротивления на дозвуковых скоростях? Если учесть, что общая доля лобового сопротивления в суммарном сопротивлении автомобиля сравнительно невелика, и с уменьшением скорости она еще более снижается. Так что оптимизировав форму автомобиля для больших скоростей и определив для этого диапазона c_x , это значение с вполне достаточной степенью точности можно распространить и на меньшие скорости. Впрочем, и диапазон изменения скоростей автотранспорта составляет лишь до 0,5 М, то стоит ли удивляться, что для упрощения расчетов c_x принимается постоянным?

А теперь обратимся к аэробаллистике летательных аппаратов. Вплоть до пятидесятих годов прошлого века здесь было принято считать, что “при не очень больших скоростях полета, соответствующих числам М, не превышающим 0,5–0,6 *аэродинамические коэффициенты можно считать не зависящими от скорости*. Указанный предел скоростей до недавнего времени как раз соответствовал скоростям, освоенным в авиации...” [Федосьев, С. 302].

Скорость ракеты плавно возрастает от нуля (на пусковой установке) и достигает наивысшего значения в конце активного участка траектории, в момент окончания работы двигателя, когда масса ракеты уменьшилась до минимума из-за выгорания топлива, а плотность атмосферы минимальна вследствие высоты.

Таким образом, в ракетной технике приходится иметь дело с полным диапазоном изменения скоростей: от нулевой до гиперзвука. Соответственно, модели ракет подвергаются натурным испытаниям в аэродинамической трубе в широком диапазоне скоростей. Можем ли мы взять данные, которые были получены при обдуве ракеты с цилиндрическим корпусом, и распро-

странить их на стрелу, форма которой аналогична? Вряд ли ответ будет утвердительным: ведь кроме подобия формы мы должны будем соблюсти и подобие по числу Рейнольдса (Re), которое выражает отношение сил инерции, действующих на поток к силам его вязкости⁷. Причем всегда существует некоторое число Re , при котором ламинарное (равнослойное) течение становится турбулентным (вихревым). Понятно, что если снаряд затрачивает свою энергию на турбулизацию потока, то он быстрее тормозится. Кроме того, даже при ламинарном обтекании снаряд перемещает слой воздуха, который “прилип” к его поверхности. Для крупного снаряда действием данного слоя (его принято называть пограничным) обычно пренебрегают. Другое дело – снаряд малого калибра, пуля, стрела: здесь толщина пограничного слоя может иметь тот же порядок, что и линейный размер (калибр) снаряда, то есть величина пограничного слоя сопоставима с величиной самого снаряда (или его элемента). Иными словами, вязкость воздуха оказывает значительное влияние на торможение за счет трения. Так, например, известно, что для снаряда калибром 76 мм при скорости 100 м/с ускорение торможения составляет $0,6 \text{ м/с}^2$, а для пули калибра 7,6 мм – приблизительно в семь раз больше [Вентцель, С. 32]. В приведенном примере линейный размер тела уменьшается на порядок, а ускорение его торможения возрастает вследствие возрастания удельного трения⁸. Конечно же, существуют эксперимен-

⁷ Число Рейнольдса есть произведение плотности воздуха на скорость и на характерный размер (диаметр снаряда), деленное на динамическую вязкость воздуха: $Re = \rho \cdot v \cdot l / \eta$. Допустим, мы нашли таблицу экспериментальных данных для ракеты диаметром 100 мм. Диапазон скоростей стрелы 30–100 м/с, следовательно, для пересчета по критерию подобия для стрелы диаметром 10 мм, который в 10 раз **меньше**, для соблюдения условия $Re_{\text{ракеты}} = Re_{\text{стрелы}}$ мы должны обратиться к области таблицы, в которой содержатся данные для скорости в 10 раз **большей**, то есть 300–1000 м/с. Однако для сверхзвуковых скоростей ($M > 1$) закономерности сопротивления воздуха отличаются от тех, что известны для дозвукового обтекания (см., например рис. 2.2 – на всех графиках линейная зависимость сохраняется лишь для дозвукового движения). Следовательно, экспериментальные данные, полученные для ракет к изучению стрел не применимы.

⁸ Говоря по-простому, каждый сантиметр поверхности снаряда перемещает с собой x граммов воздуха, но в сравнении с массой пушечного снаряда эта величина ничтожна: масса снаряда на порядки превышает массу этого перемещаемого воздуха. В свою очередь при уменьшении калибра и длины снаряда его поверхность и величина массы воздуха в пограничном слое уменьшается лишь по квадратическому закону, а объем снаряда (значит его мера инертности и энергия) убывает по кубической зависимости. Кроме того, пограничный слой, образно говоря, “увеличивает аэродинамический калибр” и если для снаряда, истинный калибр которого составляет десятки миллиметров, такое увеличение на несколько миллиметров проходит незаметно, то для маленького снаряда (пули, стрелы) трение за счет вязкости вполне заметно. Источник приводит отношения силы лобового сопротивления R к весу снаряда q для скорости 250 м/с: для 76,2-мм дальнобойной гранаты массой $m = 6,5 \text{ кг}$ $R/q = 0,4$, а для 7,62-мм тяжелой пули при $m = 0,011 \text{ кг}$ $R/q = 2,1$ [Шапиро, С. 20]. Далее увидим расчет, согласно которому толщина пограничного слоя вокруг стрелы может быть около двух миллиметров.

тальные данные о коэффициентах лобового сопротивления у различных тел. Например, для кругового цилиндра, ось которого расположена параллельно направлению потока, а длина в семь раз превышает диаметр $c_x = 0,88$, для конуса с углом при вершине 60° $c_x = 0,51$, а для сигарообразного тела, длина которого в шесть раз превышает диаметр, $c_x = 0,07$ [Окунев, С. 331–335]. Однако даже если мы представим древко стрелы в виде простого тела (например, цилиндра), то результат вычисления вряд ли будет удовлетворительным в силу того, что справочные данные часто не учитывают абсолютных размеров тела по отношению к толщине пограничного слоя и не указывают скорость, для которой эти данные получены (напомним, что скорость и линейные размеры связаны числом Рейнольдса).

Таким образом, представляется, что существующий опыт аэродинамики автомобилей и баллистики снарядов и летательных аппаратов напрямую не применим к стрелам, а задача аналитического изучения аэродинамики стрел должна решаться с применением специального математического аппарата, создание которого на сегодня является самостоятельной задачей.

В дополнение к общим для баллистики допущениям, полагаем целесообразным ввести для стрел еще и следующие: аэродинамическое сопротивление стрел изучается исходя из того, что весь ассортимент изучаемых объектов имеет линейные размеры (диаметр, калибр) одного порядка⁹, а обтекание в установившемся (для головной части, то есть для наконечника в ламинарном?) потоке происходит в одинаковых условиях. Кроме того, мы должны принять в качестве исходного реальный диапазон скоростей стрел: нижним пределом следует принять скорость, при которой в воздухе принципиально возможен горизонтальный полет тела тяжелее воздуха по инерции, а верхнюю границу произвольно примем за 100 м/с.

2.4. Закон силы лобового сопротивления для стрел¹⁰

Баллистики середины прошлого века утверждали: “Что касается изучения суммарного сопротивления воздуха при обтекании тела, то эта задача теоретически не решена даже для случая идеальной жидкости¹¹” [Шапиро, С. 31]. “Современная гидромеханика не позволяет теоретически подсчитать сопротивление воздуха для снаряда произвольной формы” [Шапиро, С. 35].

⁹ Массив изученных данных о древках стрел позволяет заключить, что их диаметр находится в интервале 8...15 мм. В свою очередь диаметр современных боевых ракет не менее 80 мм.

¹⁰ В данном параграфе скорость будем обозначать в формулах большой литерой V , чтобы не смешивать с переменной ν , которая обозначает кинематическую вязкость среды.

¹¹ Идеальной полагают условную жидкость, у которой отсутствует вязкость и сжимаемость. Реальный воздух обладает вязкостью, и, кроме того, сжимаем. С некоторыми оговорками, сжимаемостью воздуха (изменением его плотности) можно пренебречь для дозвуковых скоростей, которые актуальны для стрел, но можно ли пренебречь вязкостью?

На сегодняшний день нам не удалось обнаружить в литературе сколько-нибудь развитой теории обтекания тел большого удлинения на дозвуковых скоростях. Поэтому в целях формирования подходов к решению задачи аэродинамики стрел, в предельно сжатом виде рассмотрим картину обтекания стрелы воздухом. Напомним, что мы приняли выше некоторые допущения, в соответствии с которыми можно утверждать, что для стрелы сила лобового сопротивления есть функция от ее диаметра, длины и скорости.

Донное сопротивление

При полете стрелы воздух впереди нее сжимается. Снаряд, подобно поршню, совершает работу, создавая избыточное давление, величина которого определяет “сопротивление давления”. При дискретном описании процесса, образно говоря, снаряд постоянно сжимает воздух и толкает перед собой область повышенного давления; сжатый воздух стекает с носика, снаряд перемещается вперед, снова сжимает воздух, который снова стекает по обводам головной части и т.п. И наоборот, в донной части снаряда создается область разрежения. Из-за этого падающая вода приобретает форму капли: в носовой части обводы капли наилучшим образом способствуют схождению элементарных струек тока, а в кормовой части практически отсутствует область разрежения.

Если предположить для простоты, что летит пластинка, на одной стороне которой избыток давления $+p$, а на другой – недостаток $-p$, то получается, что на нее действует сила, равная произведению площади пластинки S и значению перепада давления Δp : $F = S \Delta p$. Причем направление этой силы будет обратное вектору скорости, а потому по своей природе – это часть лобового сопротивления. Поскольку минимизировать данную силу можно в первую очередь за счет оптимизации формы донной части, она называется “донным сопротивлением”¹².

Величина Δp в соответствии с законом Бернулли пропорциональна скоростному напору, определяемому как произведение плотности воздуха на квадрат скорости, деленное пополам: $0,5 \rho V^2$, т.е.:

$$F \sim S \frac{\rho V^2}{2}.$$

Таким образом, для небольших скоростей гипотеза Ньютона, предложенная им после бросания ядер с колокольни (см. выше), современными баллистами признается в целом правильной. Летящий цилиндр воздействует на воздух площадью, которая равна площади его миделева сечения, но, строго говоря, летящий конус того же диаметра воздействует площадью конуса. Однако, продолжая аналогию с поршнем, можно сказать, что совершенная работа

¹² Известны конструкции ракет, на которых для минимизации донного сопротивления стоят специальные газогенераторы, осуществляющие впрыск газа в донную область, чтобы понизить существующее там разрежение.

по сжатию воздуха зависит не от формы поршня, а лишь от величины перемещаемого воздуха и расстояния этого перемещения. В свою очередь, объем воздуха, перемещаемого тем или иным поршнем (при равной амплитуде перемещения), прямо пропорционален его площади. Кроме того, можно заметить, что в условиях обтекания максимальная траектория движения частиц воздуха простирается от центра (носика) снаряда до его края, и длина этой траектории составляет половину диаметра снаряда. В свою очередь, известно, что величина совершенной работы не зависит от формы траектории перемещения. Таким образом, объем работы по сжатию воздуха будет пропорционален диаметру снаряда или площади его миделевого сечения, а не степени заостренности. Если мы будем делать наконечник все более острым, то площадь его будет расти, и скоростной напор на единицу его площади будет уменьшаться, однако, сопротивление останется пропорциональным проекции этого наконечника на плоскость, которая перпендикулярна движению. Следовательно, можно было бы предположить, что сопротивление давления **зависит** не от степени заостренности, а от площади сечения снаряда. Однако, если мы представим поток набегающего воздуха ламинарным, то есть в виде пакета прямолинейных струек, то увидим, что в силу наличия вязкости воздуха снаряд своей головной частью должен изменить направление потока этих струек: если это торец цилиндра перпендикулярен потоку, то он меняет направление струек на 90° , а если это конус с углом при вершине 45° , то только на 45° и т.п. Следовательно, чем меньше угол заострения (например, чем меньше угол при вершине конуса), тем меньшая работа совершается на отклонение струек воздуха.

Конечно же, сопротивление воздуха зависит от формы всего тела, а не только головной его части.

В опытах Ньютона за показатель площади воздействия принималась площадь поперечного сечения испытываемого эталонного снаряда (шара). Для расчета сопротивления произвольного тела исследователь предлагал вводить в формулу коэффициент формы. Ньютон установил, что чем меньше угол при вершине (угол заострения) головной части, тем меньше сила сопротивления скоростному напору¹³. Но у шарообразного тела на стороне, обратной потоку, образуется область пониженного давления, где происходит отрыв пограничного слоя и зона турбулентности (шар не обтекаем). Чем больше диаметр снаряда, тем больше разница давления перед телом и за телом. В

¹³ Современными исследованиями было установлено, что сопротивление падает лишь до некоторой величины угла заострения, значение которого обусловлено материалом и конструкцией снаряда, а, точнее до известных пределов абсолютных размеров тела: число Рейнольдса (показатель турбулентности) в числителе имеет переменную, характеризующую размер тела. Иными словами, при малом характерном размере тела (тонкое оперение, игольчатый наконечник и т.п.), на дозвуковой скорости этот элемент турбулизует поток и воздушное сопротивление в этом месте возрастает. Впрочем, для принятого нами диапазона скоростей и размеров снарядов однозначные экспериментальные свидетельства влияния турбулизации пока нами не обнаружены.

свою очередь у тел продолговатой формы без резких перепадов диаметра избыточное давление стравливается постепенно от носика к хвосту и завихрения потока минимальны (стрела обтекаема). Однако значения показателя обтекаемости $c_{x \text{ донн.}}$ о физическом смысле которого уже шла речь выше, для стрел разной формы, кажется еще не были опубликованы. Так можно ли применять для стрел каноническую формулу как для расчета сопротивления артиллерийских снарядов? Приведем ее еще раз:

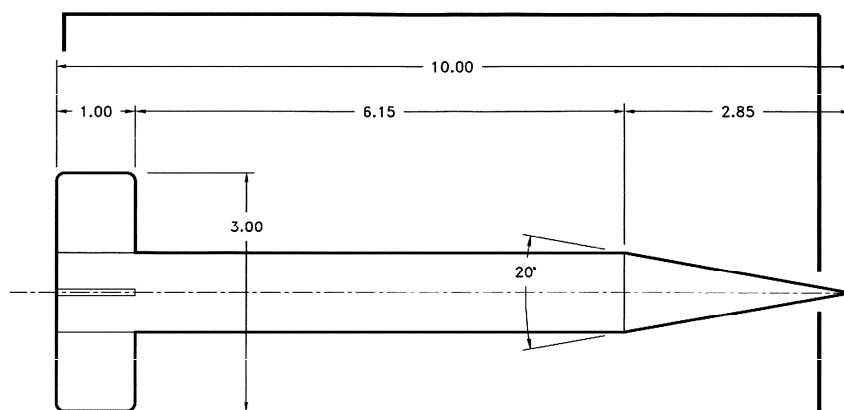
$$R = c_x \rho \frac{v^2}{2} S_m.$$

Надо заметить, что форма стрелы характерна тем, что ее длина на порядок (то есть не менее, чем в десять раз) превосходит диаметр, следовательно, диаметр (калибр) характерным размером для расчета полного сопротивления в соответствии с приведенной формулой являться не может, так как эта формула никак не учитывает длину снаряда. В то же время, полагаем вполне оправданным рассматривать стрелу в качестве эталонного снаряда, что позволит использовать вышеприведенную формулу в качестве основы для расчета донного сопротивления. Для этого достаточно создать виртуальную стрелу, присвоив ей $c_x = 1$ (например, с диаметром 1 см, длиной 50 см с конусным заострением с углом при вершине 45°) и использовать ее для аналитических расчетов и экспериментов. По этому пути пошли американцы, закрепив в виде стандарта формы, приведенные на рис. 2.3.

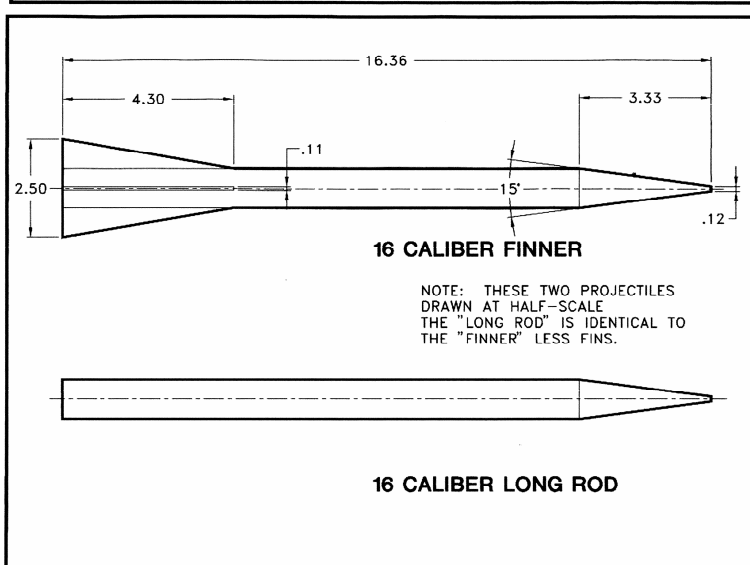
Однако вышеприведенное замечание о характерной форме стрелы позволяет априори утверждать, что доля донного сопротивления в суммарном сопротивлении стрелы будет незначительна. С другой стороны, диаметры древков разных стрел не только составляют значения одного порядка; они близки друг другу. Сказанное позволяет предположить гипотезу о том, что донное сопротивление стрелы может быть введено в общую формулу в виде константы, или близкого к константе значения.

Стрелу с точки зрения аэродинамической формы можно рассматривать как сопряжение головной части (наконечника, как правило, заостренного) и цилиндрической части (древка). На торцы стрелы воздействует преимущественно донное сопротивление, а на цилиндрическую часть – трение.

Площадь донной части стрелы (с учетом выреза для тетивы) пренебрежительно мала по отношению к показателю ее полной смоченной поверхности. То есть, логичным становится предположение о почти безотрывном обтекании стрелы, при котором за дном снаряда не образуется сколько-нибудь заметной зоны пониженного давления. Следовательно, сопротивлением подсоса при расчете можно пренебречь. Таким образом, представляется закономерным рассматривать аэродинамическое сопротивление стрелы преимущественно с позиций сопротивления трения.



10 CALIBER ARROW
VIA AMCP 706-242



16 CALIBER FINNER

NOTE: THESE TWO PROJECTILES
DRAWN AT HALF-SCALE
THE "LONG ROD" IS IDENTICAL TO
THE "FINNER" LESS FINS.

16 CALIBER LONG ROD

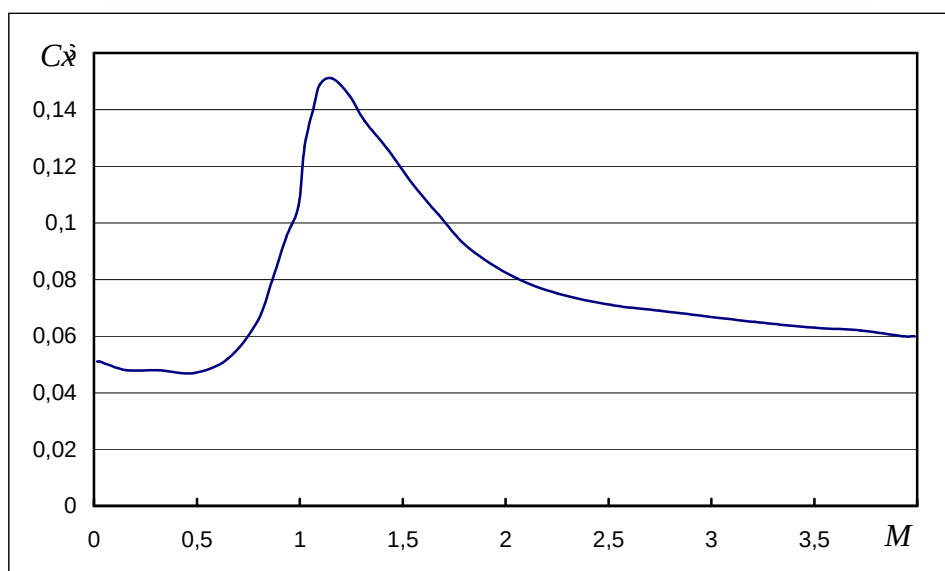


Рис. 2.3. Эталоны форм, близких к стреловидной
и значения $c_x(M)$ для "Arrow" (верхний рисунок, данные [Jurens])

Сопротивление трения

В баллистических исследованиях артиллерийских снарядов и ракет силы трения снаряда о воздух априори признаны незначительными и в общий расчет их зачастую не включают¹⁴. Однако при изучении стрелы мы должны учитывать действие силы трения (вязкости) и понимать ее физический смысл.

Сила трения направлена по касательной к поверхности стрелы. Иными словами, величина этой силы прямо пропорциональна площади боковой поверхности. В свою очередь величина боковой поверхности связана с площадью сечения S и пропорциональна длине стрелы L .

Источники приводят формулу для расчета силы сопротивления воздуха для всего диапазона скоростей с учетом трения [Шапиро, С. 36]. Так как изучаемые нами снаряды движутся на дозвуковых скоростях, полагаем оправданным исключить из формулы отношение скорости снаряда к скорости звука, а характерным размером, который оказывает влияние на величину силы трения, принять длину стрелы. Предложим следующий вариант формулы для дозвуковых скоростей:

$$R = S \frac{\rho V^2}{2} c_f \left(\frac{VL}{v} \right),$$

где: V – скорость движения; ρ – плотность воздуха (равная $1,25 \text{ кг/м}^3$); v – кинематическая вязкость воздуха (равная $1,45 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$).

По общему правилу коэффициент c_f зависит от формы снаряда и должен быть определен из опытов для снарядов различной формы. Как мы установили, значения этого показателя для различных стрел пока недоступны. А можно ли вообще избежать употребления этого показателя?

Для расчета абсолютной величины силы трения, действующей на снаряд, для случая ламинарного пограничного слоя источники [Чернозубов, С. 97] приводят формулу:

$$R_{\text{тр}} = 1,33 \frac{\rho V^2}{2} F_6 \frac{1}{\sqrt{\text{Re}}},$$

где F_6 – площадь боковой (смоченной) поверхности. В приводимой формуле имеется численный коэффициент, полученный при решении задачи обтекания пластинки, к площади которой условно приравнивают площадь поверхности снаряда. Для тел иных форм исследователи предлагают иные коэффициенты. Но исследователи указывают, что приведенная закономерность действительна лишь для условия ламинарного обтекания, а для случая турбулентного пограничного слоя необходима постановка опытов.

Существуют и более сложные формулы (например, [Чернозубов, С. 102] и пр.). Однако возможности их применения в нашем случае весьма сомнительны

¹⁴ При сверхзвуковых скоростях артиллерийского снаряда относительная величина работы силы трения в работе всей аэродинамической силы не превосходит 5–10% [Шапиро, С. 33].

хотя бы потому, что они были получены в начале прошлого века при исследовании объектов с большими линейными размерами: снарядов, дирижаблей и т.п. Иными словами, при использовании готовых формул, выведенных для пластин и снарядов, нам пришлось бы иметь дело с громадным числом допущений.

Можно посмотреть на означенную проблему с точки зрения теории пограничного слоя. Применим теорию вязкости Ньютона.

Пусть два слоя жидкости или газа отстоят друг от друга на бесконечно малое расстояние dx (рис. 2.4). Тогда за счет вязкости среды их скорость будет различаться на величину dV и справедливо уравнение Ньютона для вязкости среды:

$$\tau = \mu \frac{dV}{dx},$$

где: τ – величина касательных напряжений в среде или сила трения на единицу поверхности; μ – динамическая вязкость среды (для воздуха $19 \cdot 10^{-5}$ г/см·сек); а отношение $\frac{dV}{dx}$ есть градиент скорости потока, показывающий, в какой степени скорость изменяется по мере удаления от поверхности.

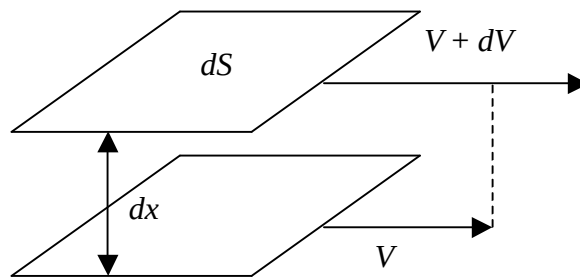


Рис. 2.4. К определению силы трения

Но с другой стороны, касательные напряжения пропорциональны силе трения R и обратно пропорциональны площади смоченной поверхности S :

$$\tau = \frac{dR}{dS}.$$

Отсюда: $dR = \mu dS \frac{dV}{dx}.$

Переходя к интегральным выражениям, можно получить формулу для расчета сопротивления: $R = \mu S \frac{\Delta V}{\Delta \delta}$, а с учетом того, что на бесконечном удалении от летящего объекта скорость среды равна нулю, то $\Delta V = V - 0$, где V – скорость летящего объекта, а $\Delta \delta = \delta$ – толщина пограничного слоя: $R = \mu S V / \delta$.

Таким образом, сила трения определяется: площадью боковой поверхности объекта S (чем большая поверхность, тем большая сила трения), вязко-

стью среды μ (более вязкая среда сильнее сопротивляется); скоростью объекта V (в данном случае наблюдается парадокс-нестыковка с законом Бернулли, поскольку в нем сопротивление пропорционально скоростному напору, т.е. квадрату скорости), обратно пропорционально толщине пограничного слоя δ .

В свою очередь толщину пограничного слоя источники [Чернозубов, С. 97] предлагают определять по формуле:

$$\delta = 5,83 \sqrt{\frac{\nu \cdot L}{V}},$$

где кинематическая вязкость среды ν есть отношение динамической вязкости воздуха к его плотности $\nu = \mu/\rho = 1,45 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$, а L – длина снаряда. Там же градиент скорости потока предлагается вычислять по формуле:

$$\frac{dV}{dx} = 2 \frac{\nu}{x}.$$

При рассмотрении формулы для толщины пограничного слоя видно, что переменная L помещается в числитель. Иными словами, если мы возьмем две стрелы одинакового диаметра, меньшую толщину пограничного слоя будет иметь та, что короче. Трение увеличивается по мере вязкости среды: если бы частицы воздуха не “прилипали” к поверхности снаряда в результате сил молекулярного взаимодействия, он бы скользил беспрепятственно. Однако слой воздуха, находящийся на поверхности (пограничный слой), движется вместе со снарядом с той же скоростью. На сообщение кинетической энергии этим частицам воздуха расходуется энергия снаряда. Вблизи точки своего зарождения течение в пограничном слое является ламинарным, но постепенно завихряется (становится турбулентным) ниже по течению. Наконец, разогнанный слой воздуха отрывается от поверхности, на его место тут же прилипают новые молекулы газа. Турбулентный пограничный слой обычно тоньше ламинарного. Толщины этих слоев зависят от числа Рейнольдса, которое определяется как произведение $Re = V \cdot X / \nu$, где X – расстояние от передней кромки тела.

Каковы абсолютные значения толщины пограничного слоя δ в соответствии с методикой расчета для артиллерийских снарядов, применявшейся в середине прошлого века (см. формулу выше)? Представим себе стрелу длиной 0,5 м, которая летит со скоростью 50 м/с.

Подстановкой значений переменных получаем:

$$\delta = 5,83 \sqrt{\frac{\nu \cdot L}{V}} = 5,83 \sqrt{\frac{1,45 \cdot 10^{-5} \cdot 0,5}{50}} = 5,83 \cdot 0,000387 \approx 0,002 \text{ м}.$$

Видимо, нами получено значение интегрированной толщины пограничного слоя, абсолютный показатель которой имеет тот же порядок, что и диаметр стрелы.

В современной аэрогидродинамике [Белевич] толщина пограничного слоя δ для ламинарного и турбулентного потока считается по отдельности и задается следующими соотношениями:

$$\delta_{\text{лам}} = 5,2 / \text{Re}^{1/2};$$

$$\delta_{\text{турб}} = 0,37 / \text{Re}^{1/5}.$$

Подстановкой значений получаем, что для той же стрелы на удалении 0,5 м от носика имеем:

$$\text{Re} = (0,5 \text{ м} \cdot 50 \text{ м/с}) / (1,45 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}) = 1\,724\,000.$$

Для воздушной среды критическое число Рейнольдса $\text{Re}_{\text{кр}}$ (Рейнольдс, при котором ламинарный режим переходит в турбулентный) составляет от 40 тыс. до 60 тыс. Таким образом, на удалении 0,5 м от носика стрелы поток получается турбулентным ($\text{Re} > \text{Re}_{\text{кр}}$), отсюда его толщина определяется как:

$$\delta_{\text{турб}} = 0,37 \cdot (1\,724\,000)^{-0,2} = 0,0209 \text{ м}.$$

На удалении 0,01 м от носика Рейнольдс равен:

$$\text{Re} = (0,01 \text{ м} \cdot 50 \text{ м/с}) / (1,45 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}) = 34\,400.$$

Поскольку $\text{Re} < \text{Re}_{\text{кр}}$, течение будет ламинарным, следовательно:

$$\delta_{\text{лам}} = 5,2 \cdot (34\,400)^{-0,5} = 0,0280 \text{ м}.$$

Обобщая данные, можно построить массив значений толщин пограничного слоя от удаленности от носика (табл. 2.2). До критических значений Рейнольдса расчет идет по зависимостям для ламинарного течения, при длинах свыше критического Рейнольдса – по турбулентным (рис. 2.5).

Таблица 2.2. Значения толщины пограничного слоя и коэффициента сопротивления при скорости 50 м/с

L	Re	$\delta_{\text{лам}}$	$\delta_{\text{турб}}$	$C_{f(\text{лам})}$	$C_{f(\text{турб})}$
0,001	3 448	0,088553	—	0,011308	—
0,010	34 482	0,028003	—	0,003576	—
0,020	68 965	—	0,039854	—	0,031883
0,030	103 448	—	0,036750	—	0,029400
0,100	344 827	—	0,028886	—	0,023108
0,200	689 655	—	0,025146	—	
0,300	1 034 483	—	0,023188	—	
0,400	1 379 310	—	0,021891	—	
0,500	1 724 138	—	0,020936	—	

Как видно из приведенных расчетов, турбулизация потока ведет к снижению толщины пограничного слоя и, следовательно, к снижению сопротивления. На удалении от носика 0,005–0,010 м наблюдается всплеск (резкое

увеличение толщины погранслоя), что связано с переходом ламинарного течения в турбулентное. Причем с увеличением скорости потока этот скачок наступает раньше. Точку перехода ламинарного потока в турбулентный на поверхности стрелы можно вычислить через критическое число Рейнольдса, и после подстановки значения плотности воздуха и небольшого преобразования формула определится как [Храмов]:

$$X = 3,7 \cdot 10^4 \frac{\nu}{V},$$

где ν – кинематическая вязкость среды, X – координата точки, считая от носика (если координата превышает длину тела, то все тело находится в зоне ламинарного течения).

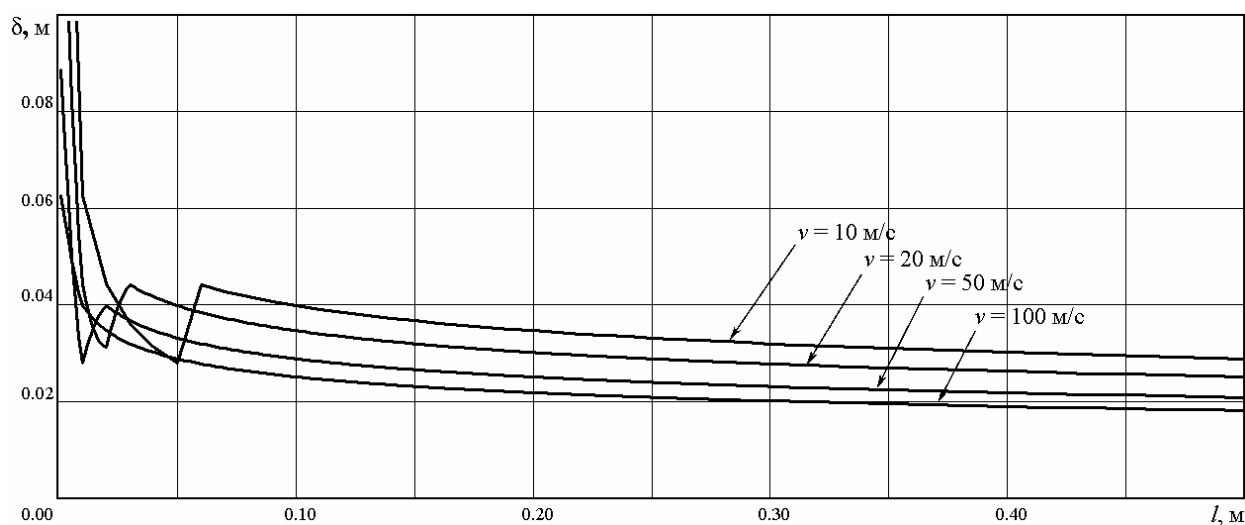


Рис. 2.5. Толщины пограничного слоя по длине стрелы при разных скоростях полета

Если подставить в данную формулу значение кинематической вязкости воздуха для малой высоты, то получится: $X = 0,5365/V$. Или в рассмотренном выше примере точка перехода ламинарного режима в турбулентный (при скорости 50 м/с) будет на удалении 0,01073 м от носика.

Следовательно, обтекание является смешанным для малых скоростей, с ростом скорости обтекание стрелы становится преимущественно турбулентным, а площадь ламинарного обтекания пренебрежительно мала: $X_{20\text{м/с}} = 2,7$ см; $X_{50\text{м/с}} = 1,0$ см; $X_{100\text{м/с}} = 0,5$ см. Иными словами, в соответствии с приводимыми данными для стрел область наконечника находится в зоне ламинарного обтекания, а зона оперения всегда в области турбулентности. Какие отсюда следуют выводы? Во-первых, очевидно, что область приложения сил трения на корпус стрелы всегда смещена к задней части, ибо здесь может находиться оперение, площадь которого бывает сравнима с площадью смоченной поверхности древка стрелы. Во-вторых, в хвостовой части под воздушными вихрями сохраняется чрезвычайно тонкий пограничный подслой ламинарной структуры.

Турбулентный пограничный слой очевидно тоньше ламинарного и имеет меньший коэффициент сопротивления. В современной аэрогидродинамике [Белевич] коэффициенты сопротивления трения для ламинарного и турбулентного слоев обтекания пластины задаются формулами:

$$C_{f(\text{лам})} = 0,664/\text{Re}^{1/2};$$

$$C_{f(\text{турб})} = 0,296/\text{Re}^{1/5}.$$

Значения коэффициентов трения приведены на рис. 2.6, а для скорости 50 м/с – в табл. 2.2. Увеличение скорости ведет к более ярко выраженной турбулизации и, следовательно, к уменьшению сопротивления.

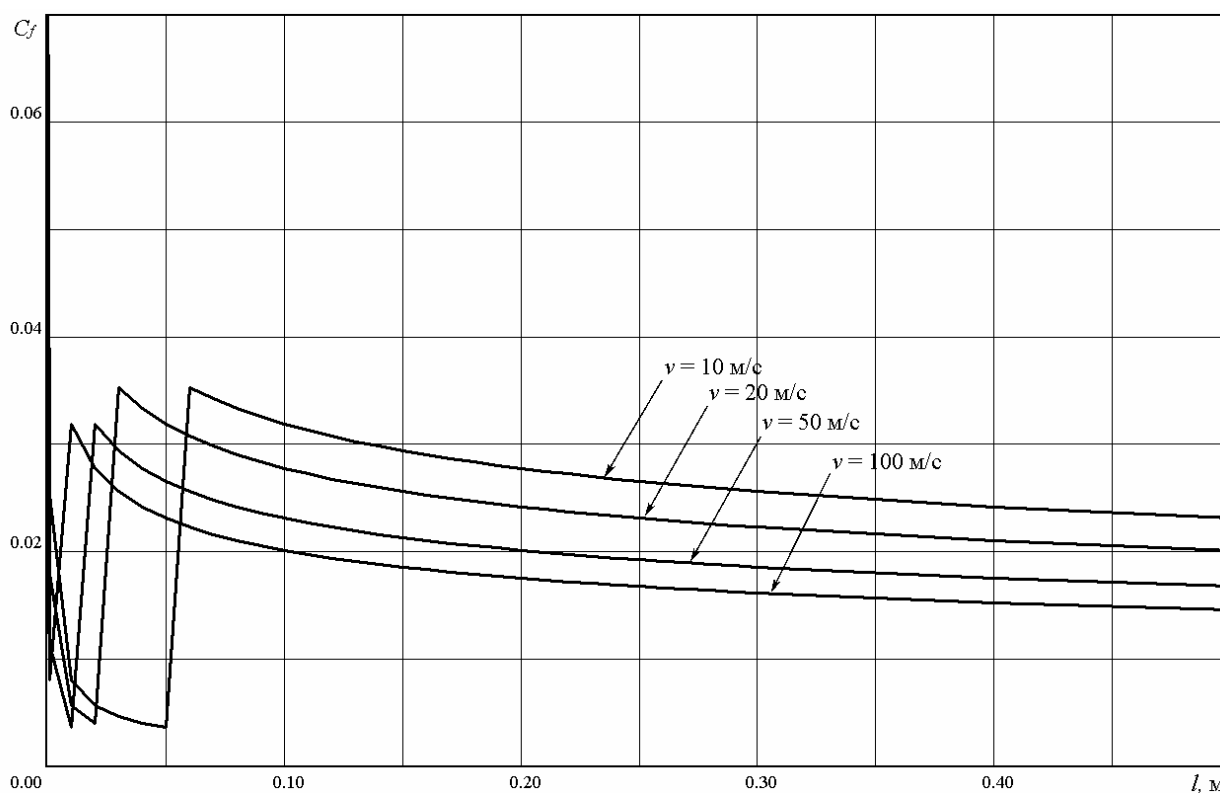


Рис. 2.6. Значения C_f по длине стрелы при разных скоростях полета

Если безразмерный коэффициент трения определяют как

$$C_f = \frac{R}{0,5\rho V^2 S},$$

а для расчета силы трения принять за S величину смоченной поверхности $S_{\text{пов}}$, то мы возвращаемся к формуле известного канонического вида:

$$R = c_f \rho \frac{V^2}{2} S_{\text{пов}}.$$

Таким образом, алгоритм аналитического расчета лобового сопротивления стрелы будет включать в себя:

- расчет донного сопротивления, которое пропорционально миделевому сечению стрелы;

- расчет площадей поверхности частей стрелы, которые обтекаются преимущественно турбулентным потоком, определение точки турбулизации по числу Re для вычисления доли поверхности, находящейся в ламинарном потоке;

- расчет сопротивления “ламинарной”¹⁵ и “турбулентной” части и суммарного сопротивления трения;

- сложение полученных значений.

Все указанные выше подходы и расчетные формулы были получены для случая идеально гладкой поверхности: артиллерийские снаряды для снижения сопротивления шлифуются, ракеты делаются со специальными покрытиями. Было установлено, что простая покраска снаряда (для уменьшения шероховатости поверхности) приводит к увеличению дальности стрельбы при прочих равных условиях до 2,5%. Но в случае стрелы, шероховатостью вряд ли можно пренебречь.

Обычно шероховатость характеризуется некоторой средней высотой неровностей, которая как-то должна соотноситься с толщиной погранслоя. В этом случае выделяют три типа течения.

1. Аэродинамически гладкое течение, когда высота шероховатостей намного меньше толщины погранслоя. При малых скоростях потока, и в случае, когда высота бугорков шероховатости очень мала, происходит безотрывное обтекание бугорков. Сопротивление трения является функцией числа Re и не зависит от размеров шероховатостей.

2. Переходная область, когда высота неровностей начинает влиять на картину обтекания. С увеличением скорости поток на поверхности тела переходит от ламинарного движения к турбулентному, имеющему ламинарный вязкий подслей, и если высота бугорков шероховатости имеет тот же порядок, что и толщина этого подслоя, то лишь вершины бугорков, попадая в область больших скоростей, обтекаются с отрывом от ламинарного вязкого подслоя. В этом случае коэффициент сопротивления растет, являясь функцией числа Re и относительной шероховатости.

3. Аэродинамически шероховатое течение, когда высота неровностей соизмерима или превышает толщину погранслоя. Обтекание неровностей происходит вихреобразно, и коэффициент трения резко возрастает. Он перестает зависеть от числа Re и определяется только степенью шероховатости поверхности [Чернозубов, С. 104].

¹⁵ Мы видели выше, что в соответствии с принятыми на сегодня аналитическими подходами ламинарное обтекание стрелы характерно лишь для головной части стрелы и для малых скоростей полета. Традиционно считается, что если длина ламинарного участка составляет менее 5% длины тела, то им можно пренебречь [Храмов]. Поэтому для скоростей свыше 30–40 м/с обтекание стрелы следует полностью считать турбулентным и вычисление доли площади ламинарного обтекания теряет смысл.

К сожалению, к настоящему времени исследователями более-менее собран и обработан материал лишь по внутренним течениям (в трубах), как имеющий несоизмеримо большую важность, чем внешние течения. Чтобы понять объемы проделанной работы, можно взглянуть в любой справочник по гидравлическим сопротивлениям, наиболее фундаментальным из которых является работа И.В. Идельчика [Идельчик]. На протяжении почти 600 страниц автор приводит значения гидравлических сопротивлений для труб разных форм, разных режимов течения и разных сред. Причем работа не является исчерпывающей, потому как для любого справочника всегда возникает ситуация, когда более богатая практика дает повод добавить к теории новый случай. При этом самое простое решение состоит в обосновании, что данное сопротивление является наиболее близким к случаю, описанному составителем справочника на странице такой-то. Очевидно, что нечто подобное предстоит сделать с внешними течениями. И при этом следует иметь в виду, что многообразие внешних течений гораздо богаче, чем внутренних.

2.5. Постановка задач для эксперимента

В литературе по баллистике, выпущенной в прошлом веке, общим местом является тезис о том, что при громадном разнообразии снарядов, в непредсказуемых условиях стрельбы даже при всех допущениях и упрощениях те или иные формулы в состоянии лишь приблизительно описать траекторию. Баллистики прошлого видели свою задачу в том, чтобы дать практикам (артиллеристам) хоть какой-то инструментарий, который внушал бы им уверенность в возможности победы над врагом. Конечно же, в реальных условиях боя до появления электронных калькуляторов зачастую некогда да и некому было производить многоступенчатые вычисления с многозначными числами. С другой стороны, множественность подходов и разнообразие уравнений, о которых шла речь выше, свидетельствуют о том, что в массе своей “аналитические” баллистики были в состоянии лишь формулировать перечень исследовательских задач для экспериментаторов. Разумеется, в последние десятилетия баллистика получила невиданное развитие, с внедрением вычислительных машин стал возможен расчет траекторий рукотворных космических объектов. Однако изучение движения снаряда под действием силы сопротивления воздуха в значительной степени находится в русле классической парадигмы. Кроме того, на момент написания этих строк авторам не удалось обнаружить в литературе (по крайней мере, отечественной) сколько-нибудь развитой теории аэробаллистики стрел. Поэтому изложенные выше отрывочные сведения явно нуждаются в экспериментальной проверке для того, чтобы данные, используемые при исторической реконструкции, имели объективный характер. В нескольких словах наметим основные требования и задачи комплекса экспериментов, нацеленных на получение необхо-

димой информации для предсказания траектории стрел и оценки величины их кинетической энергии в точке попадания в цель.

1. Выбор эталонного объекта, для которого будут установлены закономерности обтекания воздухом. Мы предполагаем возможность и перспективу сопоставления эталона с реальными стрелами, каждая из которых может в дальнейшем получить соответствующий коэффициент формы, который можно будет вычислить в первом приближении аналитически. Эталон должен иметь свойство воспроизводимости для того, чтобы те или иные эмпирические данные могли быть перепроверены. Значит, форма его, в отличие от обводов артиллерийских снарядов, должна быть проста и воспроизводима без специальных мерительных инструментов, лекал и пр.¹⁶ Выше мы упоминали, что наиболее простой формой эталонной стрелы нам представляется цилиндр большого удлинения (длина которого превышает диаметр в десятки раз). При этом ничто не мешает нам во избежание масштабирования обратиться к реальным размерам стрелы; рабочая зона даже небольшой аэродинамической трубы вполне это позволяет. Полагаем логичным снабдить этот цилиндр сменными наконечниками, например, известных в археологии форм: листовидным, долотовидным, срезневидным, шиловидным или конусным заострением с углом при вершине $30^\circ \dots 45^\circ \dots 60^\circ$ и пр. Оценка изменения суммарного сопротивления в ходе продувки древка с различными наконечниками при изменении скорости потока позволит установить долю донного сопротивления и его величину для конкретных аэродинамических форм.

2. Эталон должен быть стабильным во времени, то есть не менять своих свойств в неблагоприятных условиях хранения, транспортировки и эксплуатации. Как ни странно, но оригинальный материал (дерево) на эту роль не годится, так как его массово-габаритные характеристики и, самое важное, степень шероховатости неокрашенной поверхности меняются под влиянием влажности, нагрузок и температур. Поэтому, для приближения к натуре по массовым показателям полагаем оправданным прибегнуть к использованию алюминиевых трубок.

3. Считаем, что алюминий наиболее распространенной марки по известному ГОСТу соответствует и условию дешевизны использованных материалов.

4. Алюминиевая труба отвечает условию делимости и кратности эталона – для эксперимента легко изготовить набор древков с любым необходимым диаметром и шагом длины: 1 см, 5 см, 10 см, либо скручивать трубки встык для образования нужной длины. Это позволит определить закономерности возрастания сопротивления трения с увеличением длины и диаметра древка.

5. Предложенный материал позволит поддерживать стандарт чистоты поверхности эталона: достаточно обрабатывать ее наждачной бумагой определенного номера, для которой известна величина абразивного зерна. Выше

¹⁶ Вспомним, что Ньютон и его ближайшие последователи экспериментировали с шаром, который имеет всего один линейный размер – диаметр.

мы показали, что степень шероховатости поверхности имеет решающее влияние на величину сопротивления трения. Следовательно, обработка экспериментальных древков наждачной бумагой с зерном известной крупности (разумеется, во всех случаях либо вдоль, либо поперек потока) позволит выявить закономерность между чистотой поверхности и степенью ее сопротивления и описать эту закономерность математически.

6. Для экспериментального определения координаты точки перехода ламинарного потока в турбулентный относительно острия стрелы полагаем оправданным использовать отработанную в аэродинамике методику индикаторных лент (наклеиваемых на корпус исследуемого изделия), либо внесение в поток индикаторных частиц. Но в условиях незначительных линейных размеров объекта считаем необходимым использовать ленты алюминиевой фольги шириной не более 1–2 мм или кусочки нити. В свою очередь, для облегчения визуального определения точки турбулентности для разных скоростей предполагаем снабдить боковую поверхность обдуваемого древка линией проекции его продольной оси и сантиметровыми рисками, выполненными на его поверхности контрастным красителем.

Авторы надеются, что экспериментальная проверка высказанных ими гипотез окажет влияние на формирование исследовательской парадигмы историков вооружений.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение.....	3
1.1. Зачем и как изучать действие снаряда по цели на основе археологических данных	3
1.2. Поражающие факторы стрелы	5
1.3. Примеры раневой баллистики по данным археологии.....	9
2. Общие сведения по аэробаллистической проблематике.....	18
2.1. Основная задача внешней баллистики стрелы.....	18
2.2. Обязательные допущения внешней баллистики	21
2.3. Величина силы лобового сопротивления	24
2.4. Закон силы лобового сопротивления для стрел	32
2.5. Постановка задач для эксперимента	44
3. Реконструкция параметров стрел расчетными методами.....	47
3.1. Описание ситуации	47
3.2. Слагаемые силы лобового сопротивления стрел	48
3.3. Оценка параметров стрелы через параметры наконечника	50
3.4. Длина стрелы и исследовательские подходы к реконструкции лука.....	59
3.5. Баллистическая реконструкция стрел	64
4. Принципы и возможности реляционной базы данных о стрелах	71
4.1. Ограниченность типологии А.Ф. Медведева и ее клонов.....	71
4.2. Архитектура и принципы построения базы данных.....	75
4.3. Новые возможности с использованием реляционной базы	79
4.4. Демонстрация математического метода исследования.....	84
5. Стрела из могильника Пыштайн.....	92
5.1. Натурная реконструкция и типологизирование наконечника	92
5.2. Реконструкция стрелы в сборе.....	100
6. Бронебойные проникающие малых энергий	104
6.1. Некоторые концептуальные аналоги	105
6.2. О научном подходе к моделированию бронепробития.....	110
6.3. Краткий перечень энергозатрат стрелы	111
6.4. Механизм пенетрации и типология стрел.....	112
6.5. Фрикционная гипотеза пенетрации и ассортимент наконечников	116
6.6. Срезень – бронебойное оружие массовой армии?	122
Заключение	131
Литература	133

Научное издание

Коробейников Алексей Владимирович
Митюков Николай Витальевич

Баллистика стрел по данным археологии: введение в проблемную область

Верстка *Н.В. Митюкова*
Корректор *С.А. Перевозчикова*

Подписано в печать 23.12.2006. Формат 60×84/16. Бумага офсетная.
Гарнитура Таймс. Печать на ризографе. Усл. печ. л. 8,14. Уч.-изд. л. 7,13.
Тираж 300 экз. Заказ № 304.

Редакционно-издательский отдел
Камского института гуманитарных и инженерных технологий
426057, г. Ижевск, ул. Советская, 13.