

СЕМИНАРЫ: ШАГИ В ЭКОНОМИЧЕСКУЮ
КИБЕРНЕТИКУ

Л.А.Дедов, В.Ф.Капустин

**Методы оценки структурных сдвигов
экономической системы (макроподход)**

При обсуждении возможных вариантов построения общей теории систем¹ не был затронут существенный пласт результатов, относящихся к общей теории систем в узком смысле. Это прежде всего касается таких универсальных свойств систем, как структура, рост, взаимодействие составляющих элементов и т.п. Разработка соответствующей вербальной терминологии, математических и других моделей является содержательной областью научной деятельности.

Поэтому следует остановиться по крайней мере на некоторых аспектах анализа структуры экономических систем – одного из центральных понятий системного анализа.

Ясно, что какой бы смысл ни вкладывался в термин «структура экономической системы», его можно рассматривать с позиций микро- и макроподхода. Проблема микроанализа структуры далее не обсуждается. Для знакомства с соответствующей терминологией и методами следует обратиться к специальной литературе и рекомендовать, например, подходы в рамках теории хозяйственных систем И.М. Сыроежина².

Для конкретизации дальнейшего анализа, что, впрочем, не умаляет общности, будем рассматривать в качестве экономической системы экономику отдельной страны. С позиций макроподхода к анализу такого объекта его моделью является некоторая относительно обособленная система.³ Если выбранная система ее входных и выходных каналов допускает количественную оценку, что всегда можно предполагать, то такой экономической системе соответствует вектор

$$V = (v_1, v_2, \dots, v_n),$$

компоненты которого $v_1, v_2, \dots, v_n$ могут, например, характеризовать объем валовых выпусков соответствующих отраслей экономики страны в выбранных единицах измерения. Возможно, естественно, использование и других экономических показателей.

Оставляя в стороне вопрос, связанный с непосредственным формированием агрегата V , и предполагая возможность стоимостной формы выражения его составляющих, можно вместо V рассматривать вектор

$$D = (d_1, d_2, \dots, d_n),$$

ДЕДОВ Леонид Анатольевич – канд. экон. наук, доцент кафедры математики Ижевского государственного технического университета по филиалу в г. Глазове.

КАПУСТИН Виталий Федорович – канд. экон. наук, доцент кафедры экономической кибернетики СПбГУ.

© Л.А.Дедов, В.Ф. Капустин, 1995.

где $d_i = \frac{v_i}{\sum_{i=1}^n v_i}$, $i \in 1:n$ - доля, например, валового продукта отрасли с номером i в общем

объеме произведенного валового продукта.

При макроподходе структуру экономической системы можно определить как многокомпонентный набор данных, характеризующих работу отдельных подразделений экономики (например, ее отраслей) за определенный период времени. Так что структура экономики страны на конкретный год анализа отождествляется с агрегатом D .

Источником формирования таких агрегатов для конкретной экономики могут служить соответствующие экономические ежегодники.

Структурные изменения, происходящие в экономике, являются одной из детерминант ее развития. Вследствие осознания этого факта появился даже специальный термин – «структурная динамика».⁴ Коротко суть соответствующего направления исследований сформулировал Ю.В. Яременко: «В известном смысле характер структурных изменений является первичным явлением, а общие темпы развития экономики – вторичным, производным от того способа, с помощью которого осуществляются структурные сдвиги».⁵

Итак, эволюция количественных характеристик хозяйства ставится в зависимость от происходящих в нем структурных изменений. В этой связи встает проблема сравнения структур экономической системы в ее динамике, получения мер их сходства или различия, при посредстве чего можно было бы исследовать особенности экономического развития.

Анализ существующих подходов к решению сформулированной задачи показывает, что они далеки от совершенства. Рассмотрим основные из них.

1. Наиболее часто в отечественной литературе⁶ для измерения структурных сдвигов используется показатель K :

$$K(D^0, D) = \frac{1}{2} \sum |d_i - d_i^0|,$$

где $D^0 = (d_1^0, d_2^0, \dots, d_n^0)$, $D = (d_1, d_2, \dots, d_n)$; d_i^0 - удельный вес (доля) i -й отрасли (номенклатурной группы) в общем выпуске в базовом периоде, $i \in 1:n$; d_i - ее удельный вес в отчетном периоде, $i \in 1:n$; $|d_i - d_i^0|$ - модуль (абсолютная величина) числа $d_i - d_i^0$.

Предполагается, что соответствующим образом решен вопрос стоимостной соизмеримости агрегатов D^0 и D .

Ясно, что

$$\sum_{i=1}^n d_i^0 = 1, \quad \sum_{i=1}^n d_i = 1, \quad 0 \leq K(D^0, D) \leq 1.$$

Непосредственно проверяется: $K(D^0, D) = 0$, если долевы агрегаты D^0 и D отвечают соответственно векторам $V_0 = (v_1^0, v_2^0, \dots, v_n^0)$ и V таким, что $V = \alpha V_0 = (\alpha v_1^0, \alpha v_2^0, \dots, \alpha v_n^0)$, где α - некоторое фиксированное положительное число. Это вполне отвечает сущности измерителя K : пропорциональное общее увеличение (уменьшение) объема производства всех подразделений экономики не приводит к изменению ее структуры, так как в этом случае $D^0 = D$ и структурный сдвиг должен быть равен нулю.

Аналогично, если

$$\begin{aligned} D^0 &= (d_1^0, d_2^0, \dots, d_r^0, \overbrace{0, 0, \dots, 0}^r), \\ D &= (0, 0, \dots, 0, \underbrace{d_1, d_2, \dots, d_r}_r), \end{aligned}$$

то $n=2r$ и $K(D^0, D)=1$.

2. Европейская экономическая комиссия при ООН применяет в качестве индекса структурных изменений показатель⁷

$$K_1(D^0, D) = \sum_{i \in G} (d_i - d_i^0),$$

где G – множество индексов $i \in 1 : n$, таких, что $d_i \geq d_i^0$.⁸

Легко проверить, что для конкретных агрегатов D^0 и D величина структурных изменений $K(D^0, D) = K_1(D^0, D)$. Таким образом, эти измерители идентичны.

3. В практике экономических измерений для оценки структурных изменений иногда используют так называемый «коэффициент подобия» или «коэффициент-косинус».⁹ Это не что иное, как косинус угла между векторами D^0 и D .

Если обозначить через $\widehat{D^0, D}$ – угол между векторами D^0 и D , то можно ввести в рассмотрение показатель

$$K_2(D^0, D) = \cos \widehat{D^0, D} = \frac{d_1^0 d_1 + d_2^0 d_2 + \dots + d_n^0 d_n}{(d_1^{02} + d_2^{02} + \dots + d_n^{02})^{1/2} \cdot (d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2)^{1/2}}.$$

Ясно, что для двух конкретных наборов D^0 и D имеем $0 \leq K_2(D^0, D) \leq 1$, так как имеет смысл рассматривать только векторы с неотрицательными компонентами.

Однако, здесь следует учитывать, что предельные значения величины $K_2(D^0, D)$ принимаются в случаях, когда $K_2(D^0, D) = \cos 0^\circ = 1$, т.е. при идентичности структур, и $K_2(D^0, D) = \cos 90^\circ = 0$ – при их максимальном расхождении.

Так как показатели K , K_1 , и K_2 принимают значения из промежутка $[0, 1]$, то значения соответствующих мер можно измерять в процентах, что и делают в практических расчетах.

4. В ряде публикаций предлагается для измерения структурных изменений использовать показатель (расстояние между D^0 и D в R^n)

$$K_3(D^0, D) = \left(\sum_{i=1}^n (d_i^0 - d_i)^2 \right)^{1/2}.$$

Очевидно, что $K_3(D^0, D) \geq 0$ для любых D^0 и D , $K_3(D^0, D) = 0$, если $D^0 = D$.

Понятно также, что трудно интерпретировать случаи, когда величина $K_3(D^0, D) > 0$, так как она может превосходить единицу.

5. В соответствующих разделах математической экономики (например, в математической теории экономической динамики¹⁰) используют специальные измерители, по своему смыслу близкие к предыдущему показателю. Однако в силу достаточно элементарного уровня настоящей публикации не имеет смысла их детально обсуждать. Следует обратиться к специальной литературе.

6. Высказывается точка зрения, согласно которой наборы долей D^0 и D можно сравнивать с помощью коэффициента корреляции.¹¹ Некоторые авторы предлагают ранжировать динамические характеристики экономических систем. Тогда при идентификации структур становится удобным применять конструкции, подобные коэффициенту ранговой корреляции.¹²

Представляется очевидным, что можно было бы продолжить как перечисление других предлагаемых вариантов измерения структурных сдвигов, так и собственно формирование новых измерителей этого явления, которые можно было бы соответствующим образом обосновывать. Подобная деятельность, вероятно, полезна для развития структурно-динамического подхода к анализу экономических систем.

Структурно-динамический подход должен основываться на идее объяснения тенденций экономического роста закономерностями изменения экономических структур. Это требование открыто декларируется рядом авторов.¹³ Тем не менее необходимо признать, что существующие методики измерения структурных сдвигов и рассмотренные выше количественные измерители этого явления не позволяют осуществить основную качественную задачу структурно-динамического подхода, что можно показать на примере использования измерителя K . Действительно, он характеризует изменение пропорций между составляющими двух экономических агрегатов и не связан с их взаимным увеличением или уменьшением. При одном и том же уровне совокупного структурного сдвига (кроме, естественно варианта, когда $V = \alpha V^0$), зафиксированного оценкой K , возможны и большие, и меньшие уровни экономического роста, как положительный, так и отрицательный приросты результирующего показателя. Такая ситуация ставит сложную проблему в интерпретации изменения структур, оцениваемого при помощи меры K . По существу, становится невозможным рассматривать равные значения этой оценки как формально и содержательно эквивалентные, а это обесценивает саму методику, на основании которой предлагается соизмерять структуры.

Анализируя сложившееся положение в более общем контексте, К.-Х.Оппенлендер делает заключение о неправомерности применения количественных методов в теории структурной динамики.¹⁴

Вероятно все же, это слишком резкое суждение о сущности проблемы. Всегда существует возможность одновременного использования количественных оценок (именно оценок!) и качественного анализа ситуации.

Перед тем, как привести некоторые энтропийные варианты оценки величины структурных сдвигов, которые в определенной степени менее подвержены указанным выше недостаткам, остановимся на проблеме стохастичности (вероятностности) экономической системы. В приведенном качественном определении термина «экономическая система»¹⁵ это свойство фактически постулировалось, что обычно не вызывает непосредственных возражений.

Однако более целенаправленное размышление в указанном направлении может приводить и к существенным контрдоводам не в пользу стохастичности, по крайней мере конкретных экономических систем. Поэтому далее будут приведены некоторые интерпретации и рассуждения о стохастичности экономических систем, которые следует рассматривать только как возможные и достаточно правдоподобные варианты в пользу вероятностного характера экономических систем на определенных этапах их естественного развития.

Так, например, агрегат долей можно интерпретировать как дискретное распределение (конечную вероятностную схему¹⁶). Для стабильной экономики это можно объяснить следующим образом. Инвестирование отдельных отраслей экономики является случайным процессом, тогда долю отдельной отрасли можно рассматривать как часть капиталовложений в соответствующую область экономической деятельности. В этом случае она может отождествляться с вероятностью вложения капитала в конкретную отрасль экономики, например, на конкретный год ее функционирования.

Если теперь рассмотреть некоторый временной интервал и агрегат D^0 , отвечающий его началу, агрегат D , который соответствует его конечной дате, то в целом ситуация подобна случаю получения косвенного сообщения, когда в рамках общей схемы информационного анализа¹⁷ распределение D^0 заменено на распределение D .

Известно, что для любых наборов чисел $p_1, p_2, \dots, p_n$ и $q_1, q_2, \dots, q_n$, таких что

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1, p_i \geq 0, i \in 1:n; \sum_{i=1}^n q_i = 1, q_i \geq 0, i \in 1:n,$$

справедливо неравенство¹⁸

$$H(P) = -\sum_{i=1}^n p_i \log p_i \leq -\sum_{i=1}^n p_i \log q_i,$$

где $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, а в качестве основания логарифма можно рассматривать любое фиксированное число, большее единицы.

Тогда для измерения величины косвенного сообщения можно, например, использовать показатель

$$H(P, Q) = -\sum_{i=1}^n p_i \log q_i - \left(-\sum_{i=1}^n p_i \log p_i \right) = \sum_{i=1}^n p_i \log \frac{p_i}{q_i}.$$

Здесь $H(P, Q)$ - количество информации, которое получено от косвенного сообщения, которое привело к замене распределения P , характеризующего источник информации, на распределение Q .

Измеритель H , по крайней мере в силу приведенной интерпретации стабильной экономической ситуации, можно использовать и в качестве измерителя структурных сдвигов соответствующей экономики. При этом непосредственно проверяется:

$H(D^0, D) \geq 0$ для любых долевых агрегатов D^0 и D ; $H(D^0, D) = 0$, если D^0 и D отвечают соответственно векторам $V_0 = (v_1^0, v_2^0, \dots, v_n^0)$ и V , таким, что $V_0 = \alpha V^0 = (\alpha v_1^0, \alpha v_2^0, \dots, \alpha v_n^0)$, где α - некоторое фиксированное положительное число, так как в этом случае $D^0 = D$.

Сотрудниками Эконометрического института Голландской экономической школы был предложен и другой вариант использования измерителя H . В книге Г.Тейла,¹⁹ где нашла отражение соответствующая точка зрения, этот показатель используется для оценки точности экономического прогноза возможных структурных изменений в экономике страны (в данном случае анализировалась экономика Голландии).

Одной из ключевых проблем экономического анализа является оценка различных методик, предназначенных для исследования, изучения и т.п. конкретных экономических явлений и процессов. В общем случае, как известно, это сложная проблема. Приходится констатировать: чаще всего соответствующих сравнений и оценок не удастся получить, и для изменения подобных ситуаций не предпринимаются особые усилия.

Ясно, что на основании измерителей H и K можно сформировать методики оценки уровня изменения структурных сдвигов в экономике за конкретный период. Вероятно, будет полезно убедиться, что в данном случае существует возможность и формализованного варианта сопоставления как этих измерителей, так и методик, в основу которых они положены.

Для этой цели рассмотрим множество индексов G_1 и G_2 , таких, что $i \in G_1$, если $q_i \geq p_i$, и $i \in G_2$, если $p_i > q_i$. Тогда, так как для нату-

рального логарифма возможно разложение в степенной ряд, справедливо неравенство $L_n(1+x) \leq x$ для любых $-1 < x \leq 1$. Имеем

$$H(P, Q) = \sum_{i=1}^n p_i L_n \frac{p_i}{q_i} = H_1 + H_2, \text{ где } H_1 = \sum_{i \in G_1} p_i L_n \frac{p_i}{q_i}, H_2 = - \sum_{i \in G_2} p_i L_n \frac{q_i}{p_i}, .$$

Так как для любого $i \in 1:n$ имеем $0 < p_i \leq 1, 0 < q_i \leq 1$, то для каждого $i \in G_1$ величина $\left| \frac{p_i - q_i}{q_i} \right| < 1$, и аналогично $\left| \frac{q_i - p_i}{p_i} \right| < 1$, для $i \in G_2$. Так что

$$L_n \left(1 + \frac{p_i - q_i}{q_i} \right) \leq \frac{p_i - q_i}{q_i}, L_n \left(1 + \frac{q_i - p_i}{p_i} \right) \leq \frac{q_i - p_i}{p_i}.$$

Далее, $H(P, Q) \geq 0$, тогда в силу определения абсолютной величины и ее свойств нетрудно проверить справедливость следующей последовательности равенств и неравенств $\left(\text{определив } \alpha = \max_{i \in 1:n} \frac{1}{q_i} \right)$:

$$\begin{aligned} H(P, Q) &= |H(P, Q)| = (H_1 + H_2) \leq |H_1| + |H_2| = \left| \sum_{i \in G_1} p_i L_n \left(1 + \frac{p_i - q_i}{q_i} \right) \right| + \left| - \sum_{i \in G_2} p_i L_n \left(1 + \frac{q_i - p_i}{p_i} \right) \right| \leq \\ &\leq \sum_{i \in G_1} \frac{p_i}{q_i} |q_i - p_i| + \sum_{i \in G_2} |q_i - p_i| \leq \alpha \sum_{i=1}^n |q_i - p_i| = 2\alpha K(P, Q), \end{aligned}$$

так как $\alpha \geq 1$, а для $i \in G_1$ имеем $0 < \frac{p_i}{q_i} \leq 1$.

Итак, $0 \leq H(P, Q) \leq 2\alpha K(P, Q)$, при этом величину α можно считать константой, поскольку она является исходной характеристикой структурного анализа: отвечает доле вектору базового периода.

Заметим также, что полученные неравенства для оценки H на основе использования натурального логарифма не умаляют общности результата. Используя известную формулу перехода для логарифмов с разными основаниями, можно в формуле для H применять логарифм по любому основанию, которое больше единицы. Фактически все сводится только к появлению у H соответствующего положительного коэффициента. Понятно, что его можно не учитывать в практических вычислениях. Таким образом, выбирают основание логарифма в зависимости от целей исследования или имеющегося в распоряжении справочного материала, или разработанных таблиц логарифмов, или величин $x \log x$.

Величина $2\alpha K(P, Q)$ является оценкой сверху для возможных значений измерителя H . Следовательно, ее саму можно рекомендовать в качестве структурного измерителя, что является определенным обоснованием введения в рассмотрение показателя K .

Установлена формальная зависимость между измерителями H и K . Напоминаем, в начале отмечена такая зависимость между показателями K и K_1 (в данном случае – их идентичность). Более того, было отмечено, что значения K, K_1 и K_2 удовлетворяют свойству нормировки: они принимают значения из промежутка $[0, 1]$. Учитывая, что

$0 \leq K(P, Q) \leq 1$, возможно соответствующим образом отнормировать и показатель H . Тогда есть смысл обсуждать разумность следующей интерпретации измерителей K , K_1 , K_2 и H : они фактически долевого агрегату D ставят в соответствие величину вероятности его совпадения (несовпадения, что также можно как-то разумно обосновывать) с базисным агрегатом.

В случае, если такая интерпретация проходит, можно говорить об идентичности, по крайней мере на идейном уровне, всех указанных измерителей: K , K_1 , K_2 и H , что является формальным поводом к обоснованию идентичности возможных методик на базе таких измерителей.

Фактически такая точка зрения проводится Г. Тейлом в названной монографии. Речь, правда, там ведется о вероятности совпадения прогноза, например, на определенный год, долевого вектора D^0 и фактически фиксируемого D . Так что если они совпадают, то $H(D^0, D) = 0$, и прогноз хороший, а если нет, то величина $H(D^0, D) > 0$, и ситуация интерпретируется как неточность прогноза, а $H(D^0, D)$ - мера соответствующей неточности.

Возможны и другие интерпретации. Например, более осторожная (Л.Заде) основана на идее описания нечеткого множества.²⁰ Тогда измерители K , K_1 , H и другие рассматриваются как меры принадлежности долевого вектора D к некоторому нечеткому множеству его возможных значений.

Исходя из общих соображений, очень трудно надеяться на разработку некоторого идеального измерителя такого сложного явления, как уровень структурных изменений экономики. Выход из такого положения также хорошо известен: одновременное использование нескольких показателей с одновременным решением проблемы их разумного сопоставления в динамике.

Для исследуемой проблемы приведем простейший вариант такого анализа. Прежде всего ясно, что при фиксированных агрегатах D^0 и D перечисленные нормированные показатели могут иметь равные или близкие значения. Аналогично, если отслеживается динамика таких показателей, например, для каждого года некоторого временного интервала, то возможны периоды неизменения значений выбранного показателя за некоторый период или незначительного его изменения во времени. При этом агрегаты валовых выпусков $V^0, V^1, V^2, \dots$ изменяются. Поэтому, например, для показателя H необходимо выяснить уровень структурного сдвига, который следует признать значимым. Для решения такой проблемы полезно ввести в рассмотрение, например, индекс λ исследуемого агрегата:

$$\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i}{\sum_{i=1}^n v_i^0},$$

где $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ и $V_0 = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ - векторы валовых выпусков, фиксированных для анализа отраслей экономики соответственно в текущем и базовом году в соизмеримых ценах, например, базового года.

Тогда оценку структурного сдвига $H(D^0, D)$ считают значимой, если значима либо в сторону увеличения, либо в сторону уменьшения величина индекса λ и, кроме того, λ и $H(D^0, D)$ сопоставимы по масштабу. Условно можно считать значимым 15%-ное изменение λ за пять лет. А сопоставимость λ и $H(D^0, D)$ по масштабу означает, что оно

составляет не менее указанного процентного изменения за аналогичный период.

Так, если $H(D^0, V^{(1)}) = H(D^0, V^{(2)})$ для некоторых, например смежных, текущих агрегатов, $V^{(1)} = (v_1^{(1)}, v_2^{(1)}, \dots, v_n^{(1)})$ и $V^{(2)} = (v_1^{(2)}, v_2^{(2)}, \dots, v_n^{(2)})$, то собственно эквивалентность изменений $H(D^0, V^{(1)})$ и $H(D^0, V^{(2)})$ относительно базового агрегата устанавливается условием $\lambda^{(1)} = \lambda^{(2)}$, где $\lambda^{(1)} = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=1}^n v_i^{(1)}$, $\lambda^{(2)} = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=1}^n v_i^{(2)}$. Если $\lambda^{(1)} > \lambda^{(2)}$, то структурный

сдвиг существеннее в первом случае, поскольку при одинаковой мере динамики долей он происходит в системе большего масштаба.

В заключение остановимся на возможной апробации рассмотренных мер. Как уже отмечено, источником соответствующей исходной информации могут быть экономические ежегодники.²¹ Было проверено, что на основе этих показателей возможен содержательный анализ опубликованных статистических данных.

Summary

The paper considers some methods of the evolution of structural changes in the economic system.

¹ Настоящая статья продолжает серию публикаций рубрики (см.: Капустин В.Ф. 1) Общие кибернетические теории и экономические исследования: принципы построения и критический анализ // Вести С.-Петербург. ун-та. Сер. 5. Экономика. 1993. Вып. 1 (№ 5); 2) Неопределенность: виды, учет при моделировании и принятии решений // Там же. Вып. 2 (№12); 3) Моделирование экономических процессов и объектов: виды, общие принципы и схемы // Там же. Вып. 4 (№26); 4) Общая теория систем: история и принципы построения, смежные области, критический анализ // Там же. 1994. Вып. 1 (№ 5); 5) Общая теория систем: системный анализ, концепция Берталанфи, системное движение // Там же. Вып. 2 (№ 12); 6) Теория экономических систем: принципы построения, критический анализ // Там же. 1995. Вып. 3 (№ 19)).

² См. напр.: Экономическая кибернетика. Ч. 1. Основы теории хозяйственных систем: Учеб. Пособие / Под ред. И.М. Сыроежина. Л., 1974; Соколов Д.В. Теоретические и методические предпосылки моделирования организационно-экономических структур хозяйственных систем. Л., 1986.

³ См.: Капустин В.Ф. Общие кибернетические теории ...

⁴ См.: Кархин Г.И., Чесноков А.С. О методологии измерения структурных сдвигов // Экономика и математические методы. 1983. Т. XIX. Вып. 2; Минасян Г. К измерению и анализу структурной динамики // Там же; Оппенлендер К.-Х. Экономический рост: теория и политика. М., 1992; Эйсснер Ю.Н. Системное моделирование хозяйственного механизма. Л., 1986.

⁵ Яременко Ю.В. Структурные изменения в социалистической экономике. М., 1981. С.90.

⁶ См.: напр.: Казинец Л.С. Измерение структурных сдвигов в экономике. М., 1969; Коссов В.В. Показатели роста и развития экономики // Вопросы экономики. 1975. №4.

⁷ ECE: Structure and Change in European Industry. New York, 1977.

⁸ Понятно, что показатель рассчитан на развивающуюся экономику. Для экономики современной России множество G может быть пустым. В этом случае необходимым образом доопределить основную формулу, например, определив G , как множество индексов $i \in 1:n$, таких, что $d_i^0 > d_i$ и $K_1(D^0, D) = \sum_{i \in G} (d_i^0 - d_i)$.

⁹ ECE: Economic Bulletin for Europe. Vol. 23. N 2. . New York, 1972.

¹⁰ См.: Ашманов С.А. Введение в математическую экономику. М., 1984; Ланкастер К. Математическая экономика. М., 1972; Макаров В.Л., Рубинов А.М. Математическая теория экономической динамики и развития. М., 1973; Никайдо Х. Выпуклые структуры и математическая экономика. М., 1973.

¹¹ См.: Минасян Г. Указ. соч.

¹² Сыроежин И.М. Совершенствование системы показателей эффективности и качества. М., 1980.

¹³ Кархин Г.И., Чесноков А.С. Указ. соч.; Оппенлендер А.-Х. Указ. соч.

¹⁴ Оппенлендер К.-Х. Указ. соч. С.174.

¹⁵ См.: Капустин В.Ф. Теория экономических систем ...

¹⁶ Там же.

¹⁷ Там же.

¹⁸ См. напр.: Тейл Г. Прикладное экономическое прогнозирование. М., 1970. С.277-279. – Заметим, что для $p_i=0$ величину $0 \log 0$ обычно доопределяют и полагают равной нулю, так что можно, если это необходимо, считать $0 \leq p_i \leq 1$.

¹⁹ Там же.

²⁰ Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Пер. с англ. М., 1976.

²¹ При подготовке этой статьи были использованы следующие источники: Промышленность СССР: Стат. сб. М., 1988; Япония, Ежегодники: 1973-1991.