УДК 378.14

# ПОСТРОЕНИЕ ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАША ДЛЯ ТЕСТА «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА, АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

***Л.А. Муратова***[1]

Самарский государственный технический университет
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244
E-mail: muratova-la@mail.ru

*Для теста «Линейная алгебра, аналитическая геометрия» в соответствии с современной теорией тестирования (IRT) строится однопараметрическая модель Раша. В качестве исследуемых величин выступают латентные параметры: уровень знаний испытуемых и трудность заданий. При этом оба параметра, а также их начальные значения, полученные непосредственно после тестирования, переводятся в единую линейную шкалу логитов. При вычислении вероятности правильного ответа на задание используется логистическое распределение. В результате выполненных действий построены характеристические кривые уровня знаний испытуемых, уровня трудности заданий, совмещенные гистограммы этих уровней, а также графики сравнения экспериментальных данных с моделью Раша. Проведен предварительный анализ полученных результатов.*

***Ключевые слова:*** *однопараметрическая модель Раша, уровень знаний, трудность заданий, логит, логистическое распределение.*

В работах [1–4] тест «Линейная алгебра, аналитическая геометрия», предназначенный для текущего контроля знаний студентов первого курса Самарского государственного технического университета, рассматривался с точки зрения классической теории тестов. В данной публикации с целью более тщательного исследования качества самого теста, а также для получения объективной оценки уровня знаний студентов будем использовать IRT (современная теория создания тестов) с моделями Раша [5–12].

В рамках этой теории результаты наблюдений (количество набранных баллов) трактуются как величины, лишь фиксирующие число положительных исходов случайных событий, и не могут давать объективную картину уровня знаний и трудности заданий. Модели Раша позволяют преобразовать исходный материал в такие оценки, которые можно рассматривать как результаты измерения уровня подготовленности испытуемых и уровня трудности зада-

[1] *Лидия Анатольевна Муратова*, кандидат технических наук, доцент кафедры высшей математики и прикладной информатики.

ний. При этом используется единая линейная шкала логитов, а перечисленные параметры – уровень знаний испытуемого и трудность задания – полностью разделены, то есть не зависят друг от друга [12].

После построения модели проверяется, соответствуют ли ей результаты эксперимента. В теории Раша утверждается, что именно экспериментальные данные должны соответствовать модели, а не наоборот [7]. Следовательно, в случае выявленного несоответствия тест нужно переработать и добиться лучшего согласия с теорией.

Рассмотрим, как строится однопараметрическая модель Раша [5, 7, 9, 11]. Латентные (скрытые) параметры – уровень знаний ($\theta$) и трудность задания ($\beta$) – считаются переменными величинами. Их начальные значения, полученные эмпирическим путем в результате тестирования, переводятся в единую интервальную шкалу логитов. В качестве математической модели для описания связи между латентными переменными и эмпирическими результатами теста используется логистическое распределение, хорошо согласующееся с педагогической практикой. При этом вероятность правильного ответа $i$-го студента на $j$-е задание выражается формулой

$$P_{ij} = (1 + \exp\left(-1{,}7\left(\theta_i - \beta_j\right)\right))^{-1},$$

где $P_{ij}$ – вероятность успеха $i$-го студента в $j$-м задании.

Так как модель Раша описывает вероятность успеха как функцию одного параметра $\left(\theta_i - \beta_j\right)$, она называется однопараметрической.

Построим такую модель для нашего теста [5, 7, 9, 11].

Обозначим $n$ – число заданий теста, $N$ – число студентов, участвовавших в тестировании. В рассматриваемом тесте $n = 19$, $N = 132$.

Начальные значения параметров $\theta$ и $\beta$ в шкале логитов определяются формулами

$$\theta_i^0 = ln\frac{p_i}{q_i}, \beta_j^0 = ln\frac{p_j}{q_j}.$$

Здесь $p_i = \frac{X_i}{n}, p_j = \frac{R_j}{N}$, $X_i$ – число правильных ответов $i$ – го студента, $R_j$ – число правильных ответов на $j$-е задание, $q_i = 1 - p_i, q_j = 1 - p_j$.

Находим средние значения логитов уровня знаний $\bar{\theta}$ и трудности заданий $\bar{\beta}$ :

$$\bar{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\theta_i^0}{N}, \bar{\beta} = \frac{\sum_{j=1}^{n}\beta_j^0}{n},$$

а также дисперсии $V$ и $U$ по множествам $\theta_i^0$ и $\beta_j^0$ соответственно:

$$V = \frac{1}{N-1}\left(\sum_{i=1}^{N}(\theta_i^0)^2 - N(\bar{\theta})^2\right), U = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{j=1}^{n}(\beta_j^0)^2 - n\left(\bar{\beta}\right)^2\right).$$